ANNUARIO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

DO

PORTO

A Boutard fils del et sc. Imp A Clement Paris

Dr. WENCESLAU LIMA.

ANNUARIO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

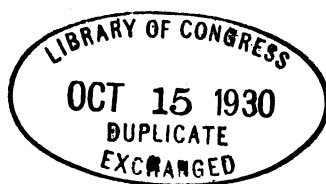
DO

PORTO

ANNO LECTIVO DE 1885-1886

(nono anno)

PORTO
Typographia Occidental
66, Rua da Fabrica, 66

1885

I

DISCURSO DE ABERTURA

DISCURSO DE ABERTURA SOLEMNE

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

RECITADO PELO DIRECTOR INTERINO
DA MESMA ACADEMIA

NA SESSÃO PUBLICA DE DISTRIBUIÇÃO DOS PREMIOS AOS ALUMNOS
DO CURSO DE 1884-1885, EM 20 DE OUTUBRO DE 1885

SENHORES!

COSTUMADO já á condescendente benevolença que me tendes dispensado nos annos anteriores, ouso ainda, abusando d'ella, e vindo inaugurar, como me cumpre, o novo anno lectivo de 1885 a 1886, relatar-vos os principaes successos d'esta Academia durante o anno findo, especialisando, com muito jubilo, as importantes reformas pelas quaes acaba de passar em virtude da creação de novas cadeiras e da reorganisação dos seus cursos, que (com sentimento o digo) posto que professados com esmero e inexcedivel zelo e esforço dos respectivos Lentes, ainda estavam áquem do nosso desejo e da imperiosa necessidade de os ampliar, pondo-os a par de identicos professados

em outras Academias: e tambem, tendo a honra de conferir os premios a nossos distinctissimos alumnos, fazer apregoar bem alto os nomes d'esta *élite* de nossos mais notaveis ouvintes, o que tudo passo a fazer.

E', sem discussão, o facto mais memoravel acontecido n'esta Academia, e tambem o mais importante desde a sua transformação em Polytechnica, o que nos accusa a carta de Lei de 21 de Junho e Decreto de 10 de Setembro do corrente anno; e por isto mesmo, attendendo á sua transcendencia para este estabelecimento, por elle principio esta minha exposição.

Com effeito, a organisação d'esta Academia era até agora, no meio da nossa instrucção superior, uma verdadeira anomalia: nenhum estabelecimento carecia tanto de uma remodelação nos seus quadros. A reforma de 13 de Janeiro de 1837, que foi um agigantado passo no progresso da instrucção nacional, accusa bem claramente inexperiencia, que o conselho academico de então bem conheceu, e assim o fez notar no relatorio que acompanha os programmas por elle elaborados em 1838, como eu já observei d'este lugar (1); mas que o mesmo conselho esperava vêr remediada com o tempo, prática dos programmas, augmento de numero dos professores, e desenvolvimento das obras para se montarem os differentes laboratorios e officinas; porque bem sabia elle que reunir em um só estabelecimento e sobre tudo nas mesmas

(1) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno de 1881-1882, pag. 17; *Idem*, anno de 1879-1880, pag. 168.

prelecções o ensino industrial de todos os graus, para formar engenheiros, preparar agricultores, artistas, directores de fabricas, pilotos, etc., era pretender o impossivel, e mui especialmente com o limitado numero de cadeiras que então existiam. Com effeito, quem poderia dizer que se formassem engenheiros de pontes e estradas, sem uma cadeira especial de Construcções? Como engenheiros de minas, sem cadeiras especiaes para Mineralogia, Geologia, Montanistica e Docimasia?

Apesar de (como já tenho exposto em relatorios dos annos (1) anteriores) repetidas sollicitações do Conselho Academico, consultas do Conselho Geral d'Instrucção Publica, supplicas da Junta Geral do Districto e do Director litterario d'esta corporação, e de verdadeiras dedicações de muitos que desejavam vêr prosperar esta Academia, entre as quaes notarei o já fallecido snr. Joaquim Torquato Alvares Ribeiro, lente d'esta Academia e a quem se devem relevantes serviços; apesar, em fim, do accordo combinado com o fallecido snr. doutor José Maria d'Abreu, membro do Conselho Geral d'Instrucção Publica, que, na qualidade de delegado do dito Conselho, veio ao Porto, em 1864, inspeccionar a Academia,—apenas por Decreto de 31 de Dezembro de 1868 (2) era dada á

---

(1) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno de 1881-1882, pag. 22.

(2) O Decreto de 31 de Dezembro de 1868, obra do então director geral de Instrucção Publica, conselheiro Adriano d'Abreu Cardoso Machado, lente da Academia, creava tambem a cadeira de chimica organica, que, por não se achar provida, foi supprimida pela Lei de 2 de Setembro de 1869.

Academia a cadeira de Mechanica; e em 1857, a de Economia politica e Direito administrativo. (1)

Compenetrado d'estas verdades, o nosso mui digno collega, o snr. Dr. Wenceslau de Lima, tomou sobre si a pesada tarefa de, chamando a attenção dos poderes publicos para este estabelecimento, concorrer para que o ensino aqui professado não desdissesse da importancia dos cursos a que elle prepara. E assim o conseguiu.

E' a este nosso distincto collega que, como Deputado ás cortes da Nação, se deve a iniciativa do projecto, que foi convertido na Lei de 14 de Junho de 1883 (2), bem como o augmento da dotação (3) dos estabelecimentos academicos. A este nosso collega se deve tambem o projecto de lei a que se associaram os snrs. deputados Corrêa de Barros e Albino Montenegro, e que foi convertido na Carta de Lei de 21 de Julho do corrente anno, Lei que desdobrando as antigas cadeiras 3.ª, 6.ª, 9.ª e a 13.ª na qual se preleccionava a Mechanica applicada e as Construcções publicas, creou novas cadeiras que vão ser destinadas ao ensino da Geometria descriptiva, da Docimasia e Montanistica, da Chimica organica e analytica, e dos diver-

---

(1) O projecto de lei para a creação d'esta cadeira foi de José da Silva Passos (*Diario da Camara dos deputados*, sessão legislativa de 1857, pag. 127). A respectiva carta de lei tem a data de 15 de Julho de 1857.

(2) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1883-1884, pag. 10 e 11. (*Diario da Camara dos Senhores deputados*, sessão legislativa de 1883, pag. 1110 e 1111, 1121 e 1122; pag. 1449).

(3) *Idem*, pag. 15. (*Diario da Camara dos Senhores deputados*, sessão legislativa de 1883, pag. 1109-1111; e pag. 1383 e 1386).

sos ramos da sciencia do Engenheiro, disciplinas que até agora só muito incompletamente podiam ser desenvolvidas. (1)

Não me parece necessario demonstrar a importancia d'este serviço que o snr. Dr. Wenceslau de Lima, com uma dedicação que não póde ser excedida, prestou a esta Academia, serviço que tambem satisfez as aspirações do Conselho Academico, por tantas vezes manifestadas perante os poderes publicos sem que jámais alcançassem ser attendidas.

E' esta uma nova phase, por que este estabelecimento acaba de passar e que promette os mais brilhantes fructos. Basta, para os avaliar, confrontar a actual organisação dos estudos e cursos academicos sanccionada pelo Decreto de 10 de Setembro ultimo, com a organisação dos programmas dos estudos anteriores á Lei de 21 de Julho, e notar-se-ha que o ensino do Engenheiro d'obras publicas e de minas póde hoje soffrer comparação com os analogos em escólas estrangeiras, e em particular, com as technicas do Brasil e da Belgica.

Uma das consequencias de tão importante reforma foi o ser levantado n'este anno o como que interdicto que, na phrase do digno par do Reino snr. Henrique de Macedo, pesava desde 1873 sobre esta Academia, no tocante a um dos fins que o Decreto de 20 de Setembro de 1844 lhe attribuia, e pela realisação do qual innumeras vezes tinha instado o Conselho

---

(1) *Diario da Camara dos Senhores deputados*, sessão legislativa de 1885, pag. 884-885.

escolar. Refiro-me ao curso preparatorio para as armas especiaes e estado maior, que até agora estava deserto na Academia, por entenderem os poderes publicos que as condições de ensino na Academia não podiam equiparar-se ás dos outros estabelecimentos que forneciam o mesmo ensino preparatorio. O aviso do Ministerio da Guerra de 29 de Setembro ultimo, publicado no *Diario do Governo* de 30 do mesmo mez, acabou, como era justo, com uma desigualdade que até agora pesava sobre a Academia, estabelecendo que os alumnos que seguem a carreira das armas podem requerer para frequentar o curso preparatorio na Academia com as mesmas garantias e vantagens que na Escóla Polytechnica ou na Universidade. Elemento é este de engrandecimento para esta cidade e das maiores vantagens para as familias d'esta zona do nosso paiz. E com prazer o digo, já se acham matriculados, com a competente licença do Ministerio da Guerra, diversos alumnos no dito curso.

Melhoramentos tão importantes, e que debalde procuraram alcançar para esta Academia illustres campeões do bom credito d'ella e zelosos professores, promovidos agora e levados a effeito por um só Lente, que, apenas ha tres annos, este Conselho, em hora feliz, acolheu em seu seio com unanime applauso, com a mais rigorosa justiça exigiam para o seu promotor uma distincção especial da parte do Conselho, que cumpriu este dever de um modo bem significativo; e o galardão que lhe conferiu deve merecer-lhe toda a consideração, por ser o unico nos annaes d'esta Academia. Esta corporação deliberou abrir uma excepção

na lista das homenagens, que em vida dispensa aos benemeritos professores d'esta casa, e não só resolveu, que se lhe enviasse uma mensagem d'agradecimento e louvor por tão relevantes serviços, como tambem que fosse collocado o seu retrato n'esta sala nobre, na galeria dos illustres professores que aqui vedes, bem como ahi se nota o do eloquente e venerando tribuno Manoel da Silva Passos, que referendou o Decreto de 13 de Janeiro de 1837. Era justo que n'este local, onde se encontram as effigies do snr. D. João 6.º, que fundou a Academia de Marinha e Commercio do Porto, e do insigne Passos Manoel, que referendou o Decreto da reforma da mesma, dando-lhe o amplo nome de Polytechnica, existisse tambem o retrato do snr. Dr. Wenceslau de Lima, que fez passar este estabelecimento por uma nova e mais completa phase.

Eu tenho um indizivel prazer em inaugurar em sessão tão solemne esse retrato, devido a um brilhante e inspirado pincel (1), e de associar a minha pobre palavra á honrosissima manifestação de que, em sessão do Conselho de 9 do mez de Junho do findo anno lectivo, foi alvo o dito snr. Dr. Wenceslau de Lima.

Se, como representante da nação, este nosso respeitavel collega merece os nossos calorosos e francos applausos, não os merece menores pela sollicitude com que, na qualidade de membro da secção perma-

(1) João Antonio Corrêa, actual director e professor da *Academia Portuense de Bellas-artes*.

nente do Conselho Superior d'Instrucção Publica, para que foi nomeado por Decreto de 19 de Junho de 1884, tem sabido zelar os interesses da Academia, chamando em favor d'ella a protecção official.

Foi a Academia favorecida pela nomeação de um de seus membros para vogal d'aquelle Conselho; e do que aqui tenho exposto, bem póde colligir todo o espirito, que imparcialmente estudar os factos, que a escolha d'este nosso collega para tão importante lugar foi acertadissima, e honrosa e util para esta Academia.

Determinando a Lei de 21 de Julho d'este anno, no § 1.º do Artigo 1.º, que o Conselho procedesse immediatamente á revisão dos programmas dos cursos legaes da Academia, ordenando e distribuindo as suas materias pelas 18 cadeiras, que ficam constituindo o seu quadro, para serem postos em vigor no anno corrente, o Conselho, em suas sessões de 29 e 30 de Julho, larga e detidamente se occupou d'este assumpto, depois de lhe ser presente o relatorio da commissão *ad hoc* nomeada, composta dos lentes os snrs. Conselheiro Adriano Machado, Ferreira da Silva, Roberto Mendes, Gomes Teixeira e Guilherme Corrêa. Foram d'este modo approvados não só os programmas em geral das cadeiras, como os dos cursos da Academia, que subiram logo á sancção régia, e que o Decreto de 10 de Setembro de 1885 approvou e manda cumprir.

O Conselho não se poupou a esforços para que o seu trabalho merecesse a approvação superior, e devo aqui consignar a actividade e zelo que a commissão

e conselho empregaram para realisar, em tão limitado tempo, tão importante fim.

Em face da nova ordenação das disciplinas pelas cadeiras, teve o Conselho de fazer a distribuição d'ellas pelos lentes proprietarios que contava, e propoz o snr. Gonçalves, que havia ha pouco sido promovido a substituto das cadeiras da secção de Philosophia, para reger, como proprietario, a cadeira de Zoologia; passando o snr. Dr. Arroyo para a cadeira de Chimica inorganica, e ficando a cargo do snr. Ferreira da Silva o ensino de Chimica Organica e de Chimica Analytica, disciplinas que desinteressadamente havia regido com auctorisação superior (1) no decurso dos dois ultimos annos, accumulando a regencia d'esta cadeira, agora creada, com a de Chimica Inorganica, relevantissimo serviço prestado á Academia, pelo qual foi louvado (2), como d'aqui declarei no anno anterior. Os decretos de 14 de Agosto (3) e 23 de Setembro (4) sanccionaram aquellas propostas.

Ficando vagas quatro cadeiras (Geometria descriptiva, Astronomia e Geodesia, Construcções e vias de communicação, Montanistica e Docimasia), o Conselho, em conformidade com o Decreto de 25

---

(1) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno de 1884-1885, pag. 12 a 13.

(2) *Idem*, anno de 1883-1884, pag. 317.

(3) Este decreto vem publicado no *Diario do Governo*, n.º 184, de 20 de Agosto de 1885, e refere-se aos lentes Arroyo e Gonçalves.

(4) Este decreto acha-se publicado no *Diario do Governo*, n.º 255, de 11 de Novembro de 1885, e refere-se á collocação pelas novas cadeiras dos restantes lentes da Academia.

d'Agosto de 1865, organisou os programmas para estes novos concursos, que foram approvados e publicados no *Diario do Governo* de 17 d'Agosto do corrente anno, tendo por isso terminado já o praso para a apresentação dos candidatos; pois que esse praso é de 60 dias.

Ficam vagas as substituições de philosophia e materias, cujos programmas serão organisados pelo conselho.

Tambem em 30 de Julho foram remettidos ás estações competentes os programmas desenvolvidos das dezoito cadeiras da Academia, conforme o disposto no § unico do Art. 27.º do regulamento de 18 de Novembro de 1884, Circular de 10 de Junho de 1885 e Officio da Direcção geral d'instrucção publica de 20 de Junho do mesmo anno.

Uma commissão nomeada em 30 de Julho, e composta dos lentes os snrs. Drs. Ferreira da Silva, Gomes Teixeira e Wodhouse tem-se occupado do estudo do regulamento para os serviços academicos e do horario para o anno lectivo que vai principiar, estudo este que, affecto agora ao Conselho, está sendo discutido por elle em sessões diarias.

Por officio da Direcção geral d'instrucção publica em data de 20 de Janeiro do corrente anno foi pedida ao Conselho academico sua consulta ácerca das ultimas resoluções tomadas na segunda reunião da conferencia internacional dos electricistas, que se effectuou

em Paris em 28 d'Abril e em 3 de Maio do anno passado, das quaes umas diziam respeito ás unidades electricas propriamente ditas, outras ás correntes electricas e aos para-raios, e ainda outras á determinação de um padrão definitivo de luz.

Foi a secção de Philosophia encarregada pelo Conselho de apresentar o referido parecer, do qual foi relator o snr. Dr. Adriano Paiva, cuja competencia para tão delicados assumptos é bem reconhecida, quer entre nós, quer fóra do nosso paiz. A commissão concluiu por dizer que «das deliberações na dita conferencia tomadas, havia umas, que são votos exprimindo a necessidade e conveniencia de certos trabalhos a effectuar, e outras que apresentam resultados definitivos, como são as que tem por fim fornecer ás sciencias physicas as suas novas unidades, o Ohm legal e o padrão definitivo da luz; e que ha grande vantagem, industrial e scientifica, em que estas deliberações recebam em breve a sancção official de que carecem».

Regulamentos que prescrevam claramente os deveres e encargos dos empregados subalternos nos estabelecimentos academicos, são necessarios e essenciaes para o bom regimen d'estes estabelecimentos. No Laboratorio chimico, com especialidade, fazia-se sentir esta necessidade; porque as demonstrações essenciaes ás lições, os trabalhos dos alumnos no laboratorio, as investigações e estudos do Director, e os trabalhos analyticos, que lhe são confiados, quer pelas auctoridades, quer por particulares, constituem serviços variados, para regular execução dos quaes é ne-

cessario indicar ao pessoal normas precisas, de modo a evitar descuidos e coarctar tendencias para lamentaveis abusos.

N'este sentido e para este fim, foi elaborado e apresentado ao conselho pelo snr. Ferreira da Silva um projecto de regulamento, que tendo sido approvado, primeiro pela secção de Philosophia e depois pelo Conselho, fiz subir ás competentes estações superiores para, nos termos do disposto no § 9.º da carta de Lei de 12 d'Agosto de 1854, ser devidamente approvado, como effectivamente o foi por portaria de 30 de Janeiro do corrente anno, regulamento que, interinamente se havia posto em vigor, como vos disse no anno anterior. (1)

Entre outras providencias salutares, consigna-se n'este regulamento a creação definitiva de um curso de Chimica prática, que, conforme o Art. 9.º do mesmo regulamento, terá de ser regulado pelo Conselho.

De ha annos já que os alumnos da cadeira de Chimica praticavam por turno varios exercicios e preparações no laboratorio; muitos d'elles, como o informa o lente respectivo, mostravam grande aproveitamento e aptidão para taes trabalhos. O que se faz agora é o complemento d'estas salutares disposições, para que os alumnos tenham uma instrucção sufficientemente completa: — tornar obrigatorios esses exercicios práticos, consagrando a elles certo numero de horas por

(1) O regulamento foi publicado no *Diario do Governo*, n.º 26, de 4 de Fevereiro de 1885.

semana, a exemplo do que se pratica em escólas estrangeiras de consideração.

A todos que ensinam sciencias experimentaes tem já chegado a convicção de que, se as demonstrações feitas na aula pelo professor são uteis, por prenderem a attenção dos alumnos, e lhes fazerem melhor comprehender os principios da sciencia, — comtudo, a sua utilidade é menor do que geralmente se acredita, se os proprios alumnos não curarem de ir verificando os resultados mais importantes. O estudo prático nos laboratorios em chimica é o meio unico de crear verdadeiros adeptos, que pódem depois prestar valiosos serviços á sciencia e ás artes. Hoje esse ensino acha-se sanccionado para diversas cadeiras, pelo Decreto de 20 de Setembro de 1885.

Na bibliotheca da Academia houve, no anno findo, varias e importantes acquisições de livros scientificos, uns obtidos por compra, e outros por offertas; os quaes todos deverão talvez ser descriptos no annuario correspondente ao presente anno lectivo.

Além de 130 volumes que foram legados á bibliotheca pelo fallecido Dr. em Philosophia, o Reverendo snr. conego João José de Vasconcellos, lente que havia sido d'esta Academia; receberam-se mais 232 volumes, offerecidos pelo mui distincto lente da Escóla Polytechnica do Rio de Janeiro, o snr. Dr. Luiz Raphael Vieira Souto, illustre professor, que já por differentes vezes tem patenteado a esta Academia um vivo interesse. E já que fallei n'esta escóla do Imperio brazileiro, onde abundam, entre seus professores,

*

brilhantes e abalisados talentos, cumpre-me dizer que esta escóla é muito semilhante á nossa Academia, porque n'ella se preparam candidatos para as carreiras de engenharia civil, de minas e d'artes e manufacturas. É, por isso, de toda a conveniencia estreitar os laços entre estes dous institutos, tão irmãos nos seus fins.

O Conselho academico recebeo com vivo agrado a importante offerta, e deliberou que desta resolução se désse conhecimento official ao offertante, o snr. Dr. Luiz Rafael Vieira Souto, o que gostosamente cumpri.

A commissão das obras d'esta Academia tem sido sollicita em promover, dentro da orbita das suas attribuições, os melhoramentos materiaes no edificio. Foram realisados alguns (1), e estão sendo realisados outros (2), como consta das actas respectivas. E' certo, porem, que se torna necessario dar um desenvolvimento mais amplo ás obras da continuação do edificio, que, tal como se acha, é insufficiente e improprio para os fins a que deve ser destinado.

A commissão representou ao governo n'esse sentido, fazendo ver quam urgente se torna dar prompta solução á questão de remover o collegio dos orfãos para local apropriado, afim de que as obras possam progredir. Um facto veio tornar palpavel esta necessidade: a unica communicação regular que havia entre a parte N. e S. do edificio teve de ser demolida, quasi na totalidade, por ameaçar ruina (3).

---

(1) O augmento de estantes para accommodação de livros na bibliotheca.

(2) Renovação dos telhados do edificio e a reparação exterior da fachada leste.

(3) Veja-se: a acta da sessão da commissão das obras, de 14 de Fevereiro de 1885; e officios da presidencia da commissão de 20 e 27 de Fevereiro e 3 de Março de 1885.

E' certo que a lei de 19 de junho de 1880 permitte aproveitar as dotações annuaes das obras á expropriação das lojas existentes nos baixos da Academia; mas, d'este modo, seria bem morosa a conclusão de um edificio que tão urgente é ampliar.

E, a proposito, devo dizer que tambem n'este anno foram entaboladas, por approvação do governo, as primeiras negociações para pôr em pratica a disposição consignada no artigo da dita carta de lei. Assim é, que confio em que, no decurso do corrente anno lectivo, possa já a Academia dispôr das novas dependencias para as suas aulas e gabinetes, aproveitando as lojas situadas do lado da rua do Anjo e do Campo dos Martyres da Patria (1), occupadas até agora por diversos inquilinos.

O conselho, com o mui louvavel fim de apressar a desejada continuação e acabamento d'este edificio do Paço dos Estudos, deliberou nomear uma commissão, que ficou composta da das obras, podendo aggregar a si as pessoas que julgasse convenientes, para de novo estudar o projecto organisado pela commissão nomeada por Portaria de 31 de dezembro de 1860, e apontado as leves alterações, que porventura seja necessario fazer-lhe, apresentar, em desenvolvido relatorio, as vantagens geraes que adviriam da execução do referido projecto. Deliberou mais que este relatorio, discutido detidamente pelo conselho e

(1) O contracto provisorio celebrado em 14 de julho do corrente anno entre a directoria da Academia e a Exc.ma Camara versa sobre a expropriação das lojas 1, 2, 3, 5 e 6, 7, 8 e 9 do lado da rua do Anjo. — E pretende-se tambem expropriar a loja n.º 4 da mesma rua, e as n.os 93 e 94 do Campo dos Martyres da Patria.

illustrado com as competentes plantas, deverá ser publicado e profusamente distribuido, sendo enviado aos poderes publicos, acompanhado da competente representação do conselho.

E' assumpto importante este. O edificio concluido serviria certamente para a installação conveniente, não só da Academia e do Instituto industrial, como tambem da Escóla de Bellas-artes e do Museu industrial, os quaes ambos carecem de novos locaes, accrescendo a vantagem de que o ultimo d'estes estabelecimentos se encontraria perto das tres escolas profissionaes existentes no Porto.

E' de esperar que a commissão dê conta em breve dos seus trabalhos. Realisar o pensamento da commissão, seria completar a obra dos aperfeiçoamentos scientificos pelos quaes a Academia acaba de passar.

Os annuarios d'esta Academia têem continuado a ser publicados, e a merecer bom acolhimento tanto da imprensa, como das pessoas que zelam a causa da instrucção publica.

Têem n'elle sido publicados documentos importantes para a historia d'este estabelecimento, não deixando eu de mencionar aqui a preciosa *memoria historica*, publicada no primeiro anno da apparição do dito annuario, devida á penna do nosso erudito collega, o snr. conselheiro Adriano Machado.

Nos annuarios se encontra colligido importante cabedal de legislação academica, em grande parte devida ao nosso collega o snr. Lobo, ao qual o conselho manifestou, por tal motivo, seu reconhecimento,

Observam-se tambem as biographias e os retratos de varios lentes que foram d'esta Academia, fazendo-se-lhes por este modo, commemoração honrosa e devida á memoria d'elles.

Ultimamente, por proposta do mui distincto vogal do conselho, o snr. Dr. Gomes Teixeira, resolveu-se que no annuario haja uma secção scientifica, e n'essa secção se insiram producções scientificas de qualquer professor da Academia, que queira expôr as suas ideias ácerca de qualquer ponto de sciencia.

Foi inaugurada esta nova parte do annuario, no do anno anterior, pelo mesmo proponente, com a publicação dos seus *Fragmentos de um curso de analyse infinitesimal*.

E' este trabalho mais uma prova do brilhante talento mathematico do seu auctor, o snr. Dr. Gomes Teixeira, e de todo o lustre, que a sciencia no nosso paiz tem recebido e mais espera receber dos transcendentes trabalhos de tão abalisado professor, com os quaes tem attrahido a attenção dos mathematicos mais distinctos de diversos paizes.

Por occasião da visita a esta cidade dos distinctos officiaes d'armada, Hermenegildo Capello e Roberto Ivens, que tão alto acabam de levantar o nome portuguez, entendi ser de rigoroso dever prestar a estes benemeritos as homenagens da Academia Polytechnica. Esta achava-se representada na recepção que lhe foi feita, além da Direcção e do snr. Doutor secretario, pelos snrs. Drs. Ferreira da Silva e Arroyo.

Não cansarei mais, senhores, a vossa paciencia, e agradecendo-vos a benevolencia com que vos dignastes ouvir-me, peço-vos ainda a distincta mercê de assistirdes á solemnidade da distribuição dos premios a nossos distinctos ouvintes, aos quaes não preciso de estimular no estudo, porque bem sabem elles quaes os vivificantes fructos que a sciencia sóe dar a quem a procura cultivar.

Snrs. premiados. Por mim e em nome do conselho eu vos felicito, e passo a distribuir-vos os bem merecidos titulos do vosso merito scientifico.

DISSE

II

ORGANISAÇÃO

IDEIA GERAL DA ORGANISAÇÃO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO

---

§ 1

Cursos legaes da Academia Polytechnica

Os cursos legaes da Academia Polytechnica são uns *especiaes*, outros *preparatorios*.

Os cursos especiaes são: — 1. Curso de *engenheiros civis;* 2. Curso de *commercio*. As cathegorias de engenheiros civis da Academia são tres: engenheiros civis de obras publicas, engenheiros civis de minas e engenheiros civis industriaes.

Os cursos preparatorios são: para a Escóla do Exercito; para a Escóla Naval; para as Escólas Medico-Cirurgicas; para a Escóla de Pharmacia nas Escólas Medico-Cirurgicas. Os cursos preparatorios para a Escóla do Exercito são: um para officiaes de estado maior e de engenheria militar, e para engenheria civil; o outro para officiaes de artilheria. Tambem são dous os cursos preparatorios para a Escóla Naval: um para officiaes de marinha, e outro para engenheiros constructores navaes.

O quadro actual dos cursos academicos e a organisação de cada um d'elles foram determinados pelo decreto de 10 de Setembro de 1885, para execução da carta de lei de 21 de Julho do mesmo anno.

Pelo decreto de 20 de Setembro de 1844, artigo 140.º, a Academia ficava tendo a faculdade de fornecer o ensino preparatorio para a Escóla do Exercito. Mas só n'este anno de 1885-1886, depois da reforma determinada pela carta de lei

e decretos já referidos, e como consequencia d'elles, é que foram concedidas licenças aos militares para aqui frequentarem esse curso. Foi o aviso do ministerio da guerra de 29 de setembro, publicado no *Diario do Governo*, n.º 219, de 30 de Setembro de 1885, que assim o determinou. Esse aviso é do theor seguinte:

«De ordem de s. exc.ª o ministro da guerra se declara que, em virtude do disposto no decreto de 10 do presente mez, os candidatos a alumnos dos cursos preparatorios para as armas especiaes e corpo de estado-maior, a que se refere o decreto de 26 de agosto ultimo, podem solicitar o irem estudar o curso preparatorio para as referidas armas na Academia Polytechnica do Porto, tornando-se-lhes extensivas as vantagens e obrigações que, pela legislação em vigor, são applicadas aos alumnos militares que frequentam a Universidade de Coimbra e a Escola Polytechnica.» (1)

---

(1) O Decreto de 26 d'Agosto a que se refere este aviso é do theor seguinte:

«*Secretaria d'estado dos negocios da guerra — Direcção geral—3.ª Repartição.* — Hei por bem determinar, em conformidade com o disposto no artigo 31.º do decreto com força de lei de 24 de dezembro de 1863, que no anno lectivo de 1885-1886 não sejam admittidas á matricula na universidade de Coimbra e na escola polytechnica mais de 8 praças do exercito com destino ás armas especiaes e corpo do estado maior; e bem assim que na escola do exercito não sejam admittidas á matricula com destino para as armas de cavallaria e infanteria mais de 30 praças, sendo 5 para o curso de cavallaria e 25 para o de infanteria. Quando o numero dos pretendentes para qualquer das armas, ficando comprehendido no numero dos que se destinam ás armas de cavallaria e infanteria os candidatos a que se refere o § 2.º do citado artigo 31.º, for superior ao que fica designado, deverá verificar-se então o concurso de que trata o § 1.º do mesmo artigo, o qual será documental e feito perante um jury nomeado pelo conselho de instrucção da escola do exercito.

O presidente do conselho de ministros, ministro e secretario d'estado dos negocios da guerra, encarregado interinamente dos negocios das obras publicas, commercio e industria, assim o tenha entendido e faça executar. Paço, em 26 de agosto de 1885. — REI. — *Antonio Maria de Fontes Pereira de Mello.*»

Ao mesmo assumpto se refere o seguinte aviso do ministerio da Guerra, publicado na ordem do Exercito, n.º 13, de 31 de agosto de 1885:

Nos termos do Decreto de 18 de novembro de 1885, artigo 14, n.º 6, o curso de engenheria de obras publicas da Academia é habilitação para a entrada no quadro de engenheria d'obras publicas, como aspirante a engenheiro d'obras publicas. O curso de minas é, nos termos do artigo 15, n.º 2.º, habilitação para a entrada no quadro da secção de engenheria de minas, como engenheiro aspirante.

§ 2

Começo e fim do anno lectivo

O anno escolar começa no 1.º de outubro de 1885 e termina em 31 de julho de 1886.

Desde o dia 5 até 12 de outubro effectuaram-se os exames dos alumnos repetentes e licenceados. A abertura solemne da Academia celebrou-se no dia 20. As aulas abriram no dia 9 de novembro.

«*9.º — Secretaria d'estado dos negocios da guerra — Direcção geral — 3.ª Repartição.* — Em conformidade com o disposto nos decretos de 24 de dezembro de 1863 e 26 do presente mez, e do regulamento provisorio da escola do exercito, decretado em 26 de outubro de 1864: declara-se que os requerimentos das praças do exercito, que pertenderem matricular-se nos cursos preparatorios das armas especiaes e corpo do estado maior ou no curso de cavallaria ou de infanteria, deverão, pelas vias competentes, dar entrada na referida secretaria d'estado até ao dia 30 do proximo mez de setembro, documentados com as certidões litterarias exigidas no decreto de 24 de dezembro de 1863; devendo cada um dos referidos requerimentos ser acompanhado do mappa modelo B, a que se refere a portaria de 11 de setembro de 1865, inserta na ordem do exercito n.º 40 do referido anno. Outrosim se declara que os individuos pertencentes á classe civil, tendo menos de vinte annos de idade no dia 25 de outubro, que pretenderem, como militares, ser admittidos á matricula nos referidos cursos, devem requerer, juntando ao seu requerimento não só os documentos litterarios exigidos para a matricula no curso para que se destinam, mas tambem a sua certidão de idade e de registo criminal, devendo os seus requerimentos dar entrada até ao referido dia 30 na supradita secretaria d'estado.»

§ 3

Condições de admissão dos alumnos

As condições de admissão dos alumnos no corrente anno lectivo constam do edital da Directoria, com data de 22 de Setembro. N'elle se diz:

« Os estudantes que pretenderem matricular-se devem lançar na caixa que está no corredor de entrada da secretaria, até o dia 5 de Outubro proximo futuro, os seus requerimentos datados, assignados e competentemente documentados, declarando-se n'elles a naturalidade (freguesia e concelho), filiação paterna, edade, e os cursos que desejam seguir.

« Os documentos devem vir reconhecidos por tabelliães d'esta cidade.

« Os alumnos que pretenderem, no proximo anno lectivo de 1885-1886, ser admittidos á primeira matricula nos cursos especiaes e no preparatorio para a Escóla do Exercito, devem apresentar certidões de approvação nas seguintes disciplinas, ou nas equivalentes, segundo a legislação anterior (Decreto de 14 de Outubro de 1880):

1. Lingua portugueza (1.ª e 2.ª partes).

2. Lingua franceza (1.ª e 2.ª partes).

3. Arithmetica, geometria plana, principios de algebra e escripturação (1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª partes).

4. Algebra, geometria no espaço e trigonometria (1.ª e 2.ª partes).

5. Elementos de physica, chimica e introducção á historia natural (1.ª e 2.ª partes).

6. Desenho (1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª partes).

7. Litteratura nacional (1.ª e 2.ª partes).

8. Lingua latina (1.ª e 2.ª partes).

9. Philosophia racional e moral e principios de direito natural (1.ª parte).

10. Geographia e cosmographia, historia universal e patria (1.ª e 2.ª partes).

11. Elementos de legislação civil, de direito publico e administrativo portuguez e de economia politica.

« Os alumnos que, segundo a legislação vigente, pretendam matricular-se como voluntarios são admittidos á matricula, apresentando certidões de approvação nas seis primeiras disciplinas acima mencionadas. Aos alumnos do curso preparatorio para a escóla de pharmacia nas Escólas Medico-Cirurgicas não são exigidas as certidões de approvação em algebra, geometria no espaço e trigonometria, nem a de desenho.»

Os alumnos militares que pretendem frequentar o curso preparatorio, precisam requerer ao Ministerio da Guerra a respectiva licença, no praso marcado no Decreto publicado todos os annos em ordem do Exercito.

§ 4

Classes de alumnos

No presente anno lectivo foi adoptada a divisão dos alumnos em *ordinarios e voluntarios*, nos termos do Decreto de 30 de Abril de 1863.

Os alumnos ordinarios seguem os cursos pela ordem estabelecida nos programmas legaes, estudando em cada anno lectivo todas e tão sómente as disciplinas que constituem um anno de cada curso, e mostrando-se habilitados com a approvação das disciplinas do anno anterior.

Os alumnos voluntarios seguem no estudo das disciplinas a ordem que lhes convém.

Todos os alumnos são externos.

Os alumnos civis não tem uniforme, nem qualquer signal distinctivo.

Os alumnos militares, praças de pret, que frequentam na Academia o curso preparatorio para a Escóla do Exercito usam, conforme o determinado na Ordem do exercito n.º 9 de 1878, como distinctivo, de estrellas de metal dourado, com as di-

mensões e fórma do modelo adjuncto a esta ordem, sobre os braços, a 10 cent. abaixo da costura do pregado da manga, dividindo-se por egual a distancia entre as costuras longitudinaes.

§ 5

Dos exercicios scientificos

Os exercicios scientificos nos diversos cursos da Academia são theoricos e praticos. (1)

A instrucção theorica constava até agora de lições, recordações ou repetições, dissertações, e problemas por escripto.

A instrucção pratica abrange os exercicios praticos em algumas cadeiras, particularmente os trabalhos praticos do laboratorio chimico; e, segundo o disposto no Decreto de 10 de setembro ultimo, deve comprehender os exercicios de geometria descriptiva, os projectos relativos a construcções, machinas, montanistica, physica e chimica industriaes; a physica e a chimica praticas, etc.; as missões, as excursões geologicas.

Em quasi todas as aulas as lições são feitas á face de um texto, previamente approvado pelo conselho academico, e pelo conselho superior de Instrucção publica. (Carta de lei de 23 de Maio de 1884, artigo 2.º; e Decreto de 18 de Novembro de 1884, art. 27.º). Os lentes interrogam regularmente os alumnos sobre as materias do lição.

§ 6

Exames e actos

Os alumnos são sujeitos a duas ordens de exames: os *exames de frequencia* e os *exames finaes* ou *actos*; uns e outros são publicos.

---

(1) Veja-se o *Programma do ensino da Academia Polytechnica do Porto para o anno lectivo de 1838 para 1839*, publicado no *Annuário da Academia Polytechnica do Porto*, anno de 1879-1880, nas pag. 194-213.

Os exames de frequencia são dous para todas as cadeiras, excepto para a de desenho onde os não ha, e regula-os o decreto de 2 de Outubro de 1879. Um d'estes exames é oral, o outro é escripto. Ambos são feitos perante um jury de tres lentes nomeados pelo Conselho, sendo um o da cadeira, podendo todos interrogar na prova oral. No exame oral cada alumno tira um ponto á sorte, e é sobre elle interrogado. No exame escripto o ponto é o mesmo para todos os alumnos que fazem exame no mesmo dia. A votação é feita a descoberto para cada alumno, por numeros de 0 a 20, com a significação dada pelo artigo 29 do Decreto de 2 de Junho de 1873. A somma dos valores obtidos dividida por tres dá o valor do exame. Não póde ser admittido a exame final o alumno que na media dos dous exames obtiver menos de 10 valores.

Os exames finaes ou actos são regulados pelo Decreto de 6 de Novembro de 1839 (1) e por varias resoluções do Conselho Academico, particularmente pelas que foram tomadas em 6 de Novembro de 1873. (2)

Segundo aquelle decreto, os alumnos que se matricularem nas cadeiras da Academia deviam declarar, na occasião da matricula, qual o curso ou destino que pretendiam seguir (artigo 8.º), e, conforme essa declaração e em harmonia com as disposições do referido Decreto, cursariam as diversas cadeiras ou na *divisão de maior qualificação*, ou nas de *menor qualificação*. Entende-se por divisão de maior qualificação aquella cujos alumnos devem ser munidos das materias ensinadas na respectiva cadeira em toda a sua generalidade e seu desenvolvimento; e divisões de menor qualificação aquellas cujos alumnos escusam de certas materias e theorias por demasiadamente abstractas, ou por inuteis ao seu destino especial. As pautas para os actos formavam-se segundo esta declaração. Os actos

(1) Transcripto no *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1879-1880, pag. 216-229.

(2) Publicadas no *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1883-1884, pag. 304-306.

feitos na segunda d'estas divisões não valem para os cursos que exigem qualificação maior.

Se o alumno pretender passar do curso que exige qualificação *menor* nos exames de determinadas cadeiras para outro que a exija *maior*, carece de repetir de novo os actos n'essas cadeiras, com o rigôr que corresponde á respectiva divisão de maior qualificação; esta repetição, porém, póde fazer-se sem repetir a frequencia. O mesmo Decreto, no art. 8.°, dava ao alumno a faculdade de mudar de divisão ao ordenar-se a pauta para os actos no fim do anno, precedendo despacho do director, ouvido o lente respectivo. Quando no acto se reconheça que o examinando não se acha habilitado para a divisão segundo a qual tirou ponto, podem os lentes da meza examinadora, conforme fôr de justiça, approval-o n'uma divisão inferior áquella em que propoz examinar-se (art. 21.°, § 1.°). Havia cadeiras sem divisões, outras com duas, outras com tres divisões (art. 9.° a 20.°).

A Portaria de 13 de Outubro de 1857, respondendo a uma consulta da Academia sobre a intelligencia e applicação dos preceitos da Carta de Lei de 12 de Agosto de 1854, art. 6.°, fazia distincção entre os diversos cursos então existentes na Academia, estatuindo menor numero de preparatorios para o 3.°, 4.° e 7.° mencionados no Decreto de 13 de Janeiro de 1837, e para o de aspirante a officiaes do exercito, consignado nos programmas elaborados pelo Conselho em 1860. (1)

O Decreto de 30 de Abril de 1863, art. 1.° e 2.°, e a Portaria de 3 de Março de 1881 distinguiam egualmente, pelo que respeita a preparatorios, entre os cursos 1.° e 2.°, e os cursos 3.°, 4.°, 5.°, 6.° e 7.° do referido Decreto de 13 de Janeiro de 1837, considerando a citada Portaria estes ultimos cursos como menores.

A prática seguida na Academia não foi sempre de inteiro

(1) Veja-se: *Relatorio da inspecção extraordinaria feita á Academia Polytechnica do Porto em 1864*, por José Maria de Abreu, Lisboa, 1865, pag. 116.

accordo com as disposições já citadas. As matriculas, posteriormente a 1837, fizeram-se durante bastantes annos sem a designação dos cursos, nem de classes ou divisões. Os lentes, segundo as provas dadas nas lições e no acto, approvavam os alumnos na divisão de *qualificação maior* ou *qualificação menor, ou em 1.ª e 2.ª classe* (1), sem se estabelecer a distincção d'estas no acto da matricula. (2)

Mais tarde (1871-1872 e nos annos seguintes) distinguiam-se na matricula os alumnos em duas classes — *1.ª ou 2.ª classe,* segundo o maior ou menor numero de preparatorios que se exigiam para a matricula nos cursos em que o alumno se matriculava. Esta distincção correspondia, em relação aos seus effeitos, á distincção entre os alumnos voluntarios e ordinarios da Universidade, porque permittia a matricula nas cadeiras da Academia na 2.ª classe com menor numero de preparatorios do que na 1.ª; aqui, porém, por meio da declaração de se seguir um curso dos chamados menores, na Universidade por declaração de classe.

Nos actos conservou-se até hoje a antiga distincção de approvação com *qualificação maior* e com *qualificação menor.*

Os alumnos approvados pela 2.ª classe com qualificação maior podem transitar pará a 1.ª classe, sem serem obrigados a repetir os actos, mas precisam mostrar que tem os preparatorios exigidos para a matricula n'essa classe. (Veja-se o art. 2.º e seu § do Decreto de 30 de Abril de 1863).

Os alumnos de 2.ª classe, approvados com qualificação menor, carecem de repetir os actos e serem approvados com qualificação maior, para poderem passar para 1.ª classe, uma vez que tenham os preparatorios exigidos. A approvação com qualificação menor corresponde á approvação na classe de *obrigado* da Universidade.

Os actos, á excepção dos da cadeira de desenho, constam

---

(1) A palavra *classe* em vez de *divisão,* como synonima d'esta, começa a apparecer nos termos dos actos em 1852-1853.

(2) Veja-se o já citado *Relatorio* de José Maria de Abreu, pag. 47 e 65.

*

de provas oraes e são feitos por cadeiras. Os alumnos tiram ponto com antecipação de 24 horas, e são interrogados por dous lentes. A meza examinadora é constituida além dos dous lentes arguentes por um presidente que deve ser o lente da cadeira (1). O conselho poderá, porém, resolver como achar conveniente (2), n'este e em outros pontos.

Em todos os actos das diversas cadeiras deve entrar em conta a informação vocal dada pelo lente da cadeira respectiva préviamente ao acto, sobre a frequencia e signaes de aproveitamento evidenciados no decurso do anno lectivo.

O lente presidente do acto póde deixar suspensa até o dia seguinte a reprovação de um estudante que, tendo durante a sua frequencia dado provas não equivocas do seu talento e applicação, desmerecesse este honroso conceito no acto publico, e propôr secretamente aos outros lentes o seu conceito, para de commum accordo determinarem que o estudante se proponha e compareça com um exame privado, no qual os referidos lentes, explorando os seus talentos e estudos, decidam entre si com a approvação ou reprovação. (3)

O aproveitamento dos alumnos nas disciplinas da cadeira de desenho é determinado por provas exclusivamente práticas que se dão aos alumnos n'um concurso geral, em conformidade com o programma do ensino (art. 13.º). Os modelos ou desenhos são distribuidos aos alumnos com antecipação de dois mezes. Não ha exame oral.

Os votos são dados em escrutinio secreto por AA (approvado) e RR (reprovado). Dous RR reprovam; um R qualifica a approvação de *pela maior parte*. Ha, pois, a *approvação plena* ou *nemine discrepante*; a *approvação pela maior parte* ou *simpliciter*; e a *reprovação*.

O regulamento de 6 de Novembro de 1839, para o effeito

(1) *Decreto regulamentar de 6 de Novembro de 1839*, art. 10.º

(2) *Idem*, art. 27.º

(3) *Idem*, art. 22 (*Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1879-1880, pag. 228; *Idem*, anno 1878-1879, pag. 169-170).

da approvação dos pontos e mais disposições do regulamento relativos aos exames, agrupava, as cadeiras que então constituiam o quadro da Academia em 4 secções: Mathematica, Philosophia Natural, Commercio e Desenho (art. 4.º, § 2.º). Esta divisão tem sido conservada até hoje.

§ 7

Faltas aos exercicios escolares

As faltas ás lições, repetições, etc., influem na habilitação para os actos finaes. Segundo o regulamento de 6 de Novembro de 1839, vinte faltas sem causa ou sessenta com causa inhabilitam o estudante de fazer acto e inutilisam-lhe a frequencia do anno lectivo; seis faltas, sem causa grave, preterem o estudante de fazer acto na ordem do seu numero de matricula (art. 2.º, § 1.º). Se o alumno frequentar parte das materias que constituem o objecto do ensino d'alguma cadeira, para ficar inhabilitado de fazer acto das referidas materias será bastante que falte com causa a um terço, e sem causa a um sexto do numero de lições (art. 2.º, § 2.º) (1). Em 1862, porém, o Conselho academico diminuiu estes numeros, adoptando para a fiscalisação e julgamento das faltas a legislação vigente na Universidade pelo Decreto de 30 de Outubro de 1856 (2).

Nos termos da deliberação tomada pelo Conselho Academico em 6 de Novembro de 1873, que se refere ás aulas que são em dias alternados, perde o anno todo o alumno que tiver faltado á aula a quarta parte do numero das lições da respectiva cadeira, entendendo-se para este effeito cada falta justificada por um e cada falta não justificada por tres (3).

---

(1) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1879-1880, pag. 218.

(2) Publicada no *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1879-1880, pag. 117.

(3) *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1883-1884, pag. 306.

§ 8

Premios e distincções

As honras com que são galardoados os alumnos mais distinctos nos cursos academicos são : *premios pecuniarios* e *honorificos* ; *accessit* ; e *distincções*.

A instituição dos premios pecuniarios, como honra e distincção conferida aos alumnos mais distinctos, com o fim de excitar a emulação entre elles, foi estabelecida pelo Alvará com força de lei de 16 de Agosto de 1825 ([1]). Os premios eram doze, de 40$000 réis cada um, sendo seis para os estudantes de mathematica, dois para a aula de desenho, dois para a do commercio e dois para a de agricultura; mas, depois da reforma de 13 de janeiro de 1837, suscitando-se no conselho academico duvida sobre se as novas cadeiras deviam tambem ser contempladas n'aquella distribuição, resolveu-se que os premios fossem distribuidos por todas as cadeiras, cabendo dois ao primeiro anno de mathematica, e assim se continuou a observar-se até 1873.

O decreto de 19 de Outubro de 1836 consignou a verba de 480$000 para os doze referidos premios, e esta verba veio sempre, em separado, descripta no orçamento da despeza do Ministerio do Reino até 1873.

N'este anno, porém, na sessão legislativa de 19 de Março, apresentou o deputado snr. Adriano Machado, na Camara dos deputados, uma proposta para que as verbas de premios a estudantes, despezas de expediente e dotação dos estabelecimentos academicos, que então importavam em 1.730$000 réis, fossem reunidas em uma só, com a mesma designação cumulativamente. Esta proposta foi approvada em sessão de 31 de Março, sendo decidido que a distribuição d'aquella somma

(1) Veja-se o *Annuario da Academia Polytechnica do Porto,* anno 1878-1879, pag. 253; *idem,* anno 1877-1878, pag. 196.

fosse feita pelo Conselho da Academia, por proposta do Director. D'este modo o conselho confere ou não premios pecuniarios, conforme ha ou não estudantes dignos d'elles.

Os premios honorificos tem o mesmo valor honorifico que os anteriores, mas são titulos gratuitos.

As honras de *accessit* são inferiores ás de premio, e constituem um titulo honorifico e gratuito, nos termos do Decreto de 25 de Novembro de 1839, artigo 6.°, § 5.°, applicavel á Universidade. Tanto os premios, como os *accessit* dão direito a um *diploma*.

As honras de *distincto* não dão direito a diploma.

Não pódem ser premiados estudantes, n'uma cadeira, sobre cujo acto foram approvados pela maior parte, nem nas cadeiras em que são repetentes [1].

Os premios, os *accessit*, e as mesmas distincções eram conferidas até agora por votação de todo o Conselho sobre as propostas das secções, cujos membros conferenceiam entre si e ordenam, em vista das provas da frequencia, do resultado dos actos e informações dos lentes, as listas dos alumnos premiandos, que são submettidas á votação do Conselho. Esta é a prática seguida, porque a lei não preceitua a este respeito disposições especiaes e só se refere á interferencia do conselho.

Para as propostas serem consideradas validas não é necessaria a unanimidade, mas basta a pluralidade de votos [2].

§ 9

Propinas de matricula

As propinas de matricula eram até agora de 1$440 reis e respectivo addicional, para os alumnos civis, por cada anno de

(1) Artigo 21.° do Decreto de 6 de Novembro de 1839 e *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1878-1879, pag. 264.

(2) *Memoria historica* do snr. Conselheiro Adriano Machado, publicada no *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1877-1878, pag. 197.

estudos, na abertura da matricula e outro tanto no encerramento; para os alumnos militares, a verba era de 7$200 réis e addicional (1). Além d'isso os alumnos que frequentavam as aulas da Escóla Medico-Cirurgica com algumas da Academia não pagavam propinas n'esta ultima, por lhes aproveitar a disposição do § 3.º do art. 121.º do Decreto de 29 de Dezembro de 1836.

A carta de lei de 21 de Julho de 1885, no § 2.º do art. 1.º, elevou a propina da matricula á quantia de 11$520 e respectivo addicional (2), e revogou a disposição do decreto de 29 de Dezembro de 1836, acima referida. Aquella taxa é uniforme para todos os cursos e egual á que pagam os alumnos das Escólas Medico-Cirurgicas (3).

Os alumnos não pagam propina alguma pelos trabalhos nos Laboratorios.

§ 10

Policia academica e penalidades

Estes assumptos são regulados pelos Decretos de 25 de Novembro de 1839 e 31 de Março de 1873; e pelo de 20 de Setembro de 1844, capitulo VIII (4).

§ 11

Administração academica

O governo litterario e economico do Academico, nos termos do Decreto de 19 de Outubro de 1836, pertence a um director

---

(1) Sobre esta propina veja-se: o art. 163.º do Decreto de 13 de Janeiro de 1837; o art. 143.º do Decreto de 20 de Setembro de 1844; o art. 8.º do Decreto de 2 de Junho de 1873; e a tabella do Decreto de 26 de Junho de 1881.

(2) Actualmente o addicional é de 935 a saber: 5 °/₀, 691 reis; e 244 reis de sello.

(3) Veja-se o Decreto de 26 de Junho de 1881, tabella e legislação citada.

(4) Vejam-se: *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, anno 1878-1879, pag. 135. *Idem*, anno de 1879-1880, pag. 126 e 127.

e ao conselho dos lentes. O director é um dos lentes d'ella, nomeado pelo governo, e vence a gratificação de 100$000 reis, além do ordenado da sua cadeira (1). Ao conselho dos lentes pertence a resolução dos negocios graves da Academia e de todos os que, pelas leis da sua organisação, estavam na parte deliberativa a cargo das auctoridades inspectoras, sendo propostos ao governo aquelles que carecessem de approvação superior, e executando desde logo o director os que fossem de competencia academica (art. 2.º). O Decreto de 13 de Janeiro de 1837 corroborou e ampliou as anteriores disposições quanto á auctoridade de director e do conselho academico nos assumptos litterarios e economicos (art. 158.º, 159.º, e seus §§; art. 160.º e 164.º).

A carta de lei de 12 de Agosto de 1854, no artigo 9.º, preceitua de um modo geral: «ser da privativa attribuição dos conselhos, academicos e escolares de todos os estabelecimentos de instrucção superior, *sob immediata inspecção* e *approvação do governo*, determinar os methodos de ensino e a fórma dos exames e exercicios academicos e estatuir os competentes regulamentos sobre falta de frequencia ás aulas, e sobre os mais objectos de administração scientifica e policial dos respectivos estabelecimentos».

Pelo que respeita á ingerencia das secções no governo litterario e scientifico da Academia, não ha regulamento que a defina, e quando muito podem considerar-se como commissões consultivas; porque as leis se referem n'aquelle ponto unica e exclusivamente ao conselho. Sómente, como já se disse, as secções téem, segundo o disposto no Decreto de 6 de Novembro de 1839, algumas attribuições no tocante á organisação dos pontos para os exames, etc. A prática seguida até agora tem sido que seja presidente de uma secção o lente mais antigo d'ella, e secretario o mais novo. A distincção em secções foi adoptada no regulamento dos concursos de 22 d'Agosto de 1865, para fixar a naturesa das provas a exigir aos candidatos ao magisterio e regular a promoção dos substitutos a ca-

---

(1) Decreto de 20 de Setembro de 1844, art. 44.º

thedraticos (art. 12, n.º v, do citado decreto; e Decreto de 27 de Setembro de 1854, art. 28.º e 36.º).

Não havia, porém, até agora um regulamento, approvado superiormente, que definisse claramente os deveres e encargos de todos os funccionarios academicos, embora, por diversas vezes, projectos n'este sentido (1) subissem á approvação superior. Ora para o regimen interno esta falta era essencial. O conselho academico está discutindo um projecto de regulamento, agora exigido pela nova phase que toma a organisação da Academia, e ao qual se refere o director no seu discurso de abertura.

A despeza com o pessoal, expediente e aluguer de casa na antiga Academia de Marinha e Commercio foi fixada em reis 10:642$000 pelo Decreto de 19 de Outubro de 1836. Depois da reforma de 1837, a Lei de 7 de Abril de 1838 consignava para dotação da Academia a quantia de 12:208$000 reis: sendo para pessoal 11:328$000 reis; para premios a estudantes, reis 480$000; e para expediente ordinario da Academia 400$000 reis.

Apesar de dotada, pelo Decreto de 13 de Janeiro de 1837, de diversos estabelecimentos, a Academia não recebeu até 1857 para todas as suas despezas, incluindo as de expediente, mais do que os 400$000 reis já consignados no Decreto de 19 de Outubro de 1836. No orçamento de 1857-1858 consignou-se pela primeira vez a verba de 650$000 reis para conservação e aperfeiçoamento dos estabelecimentos (2). Foi tambem a Lei

(1) Citaremos dous — o que foi approvado pelo conselho em 30 de Julho de 1864, publicado no *Annuario da Academia Polytechnica*, anno 1882-1883, pag. 197-240; e o que foi approvado pelo conselho em 6 de Dezembro de 1879.

(2) Esta verba era distribuida do seguinte modo:

Conservação e aperfeiçoamento dos seguintes estabelecimentos:

Jardim botanico	200$000
Bibliotheca	150$000
Gabinetes de Physica, de Historia Natural e Laboratorio chimico	300$000
	650$000

Apezar d'isto, desde 1858 até 1864 só se fizeram dous pagamentos: o primeiro em 1858, de 1:000$000 reis, auctorisado por Portaria de 18 de Janeiro de 1858; e o segundo em 1864, de 1:300$000 reis, correspondente á dotação do anno economico de 1863-1864 e de 1864-1865.

de 23 de Junho de 1857 que concedeu á Academia Polytechnica, para continuação das obras do seu edificio, a quantia de reis 4:000$000, que tem continuado a ser votada nos orçamentos dos annos seguintes até hoje, permittindo a lei de 19 de Junho de 1880 applicar esta verba para a expropriação das lojas existentes nos baixos do edificio. Assim, pois, em 1864 a dotação da Academia Polytechnica era de 21:074$560 reis, em que se comprehendiam: as despezas de pessoal na importancia de 15:544$650 reis; a verba da continuação das obras, na de reis 4:000$000; e a importancia dos premios a estudantes, expediente, e conservação dos estabelecimentos na importancia de 1:530$000 reis. Alguns annos depois subiu a verba para conservação dos estabelecimentos de 650$000 reis a 850$000 (1), e já assim figura no orçamento de 1872-1873, sendo então a importancia de material, premios e expediente, de reis 1:730$000. No orçamento de 1873-1874 e nos seguintes até 1883 vem esta verba unica, com a mesma designação cumulativamente, devendo a distribuição d'ella ser feita pelo conselho da Academia sob proposta do director (2). Esta verba foi augmentada de 770$000 reis no orçamento de 1883-1884 (3), ficando por tanto em 2:500$000.

A reorganisação por que acaba de passar a Academia não só augmentou o quadro do pessoal docente, como tambem augmenta a verba para despezas dos estabelecimentos e museus, por virtude da disposição de Lei de 21 de Julho de 1885, se-

---

(1) Distribuidos por este modo:

Jardim botanico	200$000
Bibliotheca	150$000
Gabinete de Physica e de Historia Natural	250$000
Laboratorio chimico	250$000
	850$000

(2) A proposta foi do snr. Adriano Machado, na sessão da Camara dos deputados de 19 de Março de 1873 (*Diario da Camara dos Deputados* de 1873, pag. 803) e foi approvada em 31 de Março (*Idem*, pag. 936 e 967).

(3) A proposta foi do snr. Dr. Wenceslau de Lima — Discurso d'abertura n'este *Annuario*, pag. 10; e no de 1883-1884, pag. 15.

gundo a qual o excesso de receita que deve resultar do augmento das propinas será applicado ao augmento das dotações dos gabinetes, dos museus, e ás despezas dos alumnos em missão. O projecto de orçamento para o proximo anno de 1886-1887, remettido ao Ministerio do Reino, tomando para base a media da frequencia nos ultimos tres annos e as despezas com as novas cadeiras creadas, computava a despeza da Academia em 25:451$007 réis; em que se comprehendem: as despezas de pessoal na importancia de 17:560$650 réis; as das obras em 4:000$000 réis; e as de expediente, premios, estabelecimentos academicos, missões dos alumnos e publicação do Annuario, em 3:890$357 réis. (1)

A receita para o estado subiu de 661$266 réis a réis 5:271$623.

§ 12

Pessoal da Academia Polytechnica

O pessoal do quadro da Academia consta actualmente de 18 Lentes cathedraticos (Lei de 21 de Julho de 1885, art. 1.° e 2.°), e 4 Lentes substitutos, os quaes são demonstradores natos; do director, nomeado pelo governo de entre o corpo dos Lentes; do secretario, do bibliothecario, do guarda-mór, do guarda-preparador do laboratorio chimico, do guarda-demonstrador de physica experimental, do guarda-primeiro official do jardim botanico, de tres guardas subalternos para o serviço e de dous serventes: um para a secretaria, que serve tambem de porteiro, e outro do laboratorio chimico e do gabinete de physica.

Além d'estes empregados, são pagos pelas despezas avulsas da Academia um amanuense da secretaria, um hortelão e um servente do jardim botanico.

---

(1) Na despesa de pessoal não figuram os vencimentos dos lentes jubilados, montando a 3:499$990 réis.

A — Pessoal do quadro legal da Academia

1. CORPO DOCENTE

Lente da 1.ª cadeira (geometria analytica, algebra superior e trigonometria espherica). — *L. I. Woodhouse*, rua do Breyner, 118.

Lente da 2.ª cadeira (Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações). — *Dr. F. Gomes Teixeira*, rua de Costa Cabral, 132.

Lente da 3.ª cadeira (Mechanica racional; cinematica). — *J. A. S. V. da S. Albuquerque*, rua dos Fogueteiros, 1.

Lente da 4.ª cadeira (Geometria descriptiva). — *Dr. F. Gomes Teixeira* (interinamente).

Lente da 5.ª cadeira (Astronomia e Geodesia). — *L. I. Woodhouse* (interinamente).

Lente da 6.ª cadeira (Physica). — *Dr. Adriano de Paiva*, Quinta de Campo Bellô, Villa Nova de Gaya.

Lente da 7.ª cadeira (Chimica inorganica). — *Dr. J. D. Arroyo*, Praça de Cadouços, 16, Foz.

Lente da 8.ª cadeira (Chimica organica e analytica). — *A. J. Ferreira da Silva*, rua da Alegria, 929.

Lente da 9.ª cadeira (Mineralogia, paleontologia e geologia). — *Dr. Wenceslau de S. P. Lima*, rua de Cedofeita, 137.

Lente da 10.ª cadeira (Botanica). — *Dr. F. de Salles Gomes Cardoso*, rua Direita, 20, Mathosinhos.

Lente da 11.ª cadeira (Zoologia). — *M. A. Gonçalves*, rua de Costa Cabral, 637.

Lente da 12.ª cadeira (Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções). — *Roberto R. Mendes*, Hotel America, rua de S. Lazaro.

Lente da 13.ª cadeira (Hydraulica e machinas). — *M. da Terra P. Vianna*, rua do Vasco da Gama, 28, Foz.

Lente da 14.ª cadeira (Construcções e vias de communicação). — *Roberto R. Mendes* (interinamente).

Lente da 15.ª cadeira (Montanistica e docimasia). — Vago.

Lente da 16.ª cadeira (Economia politica, estatistica, principios de direito publico, administrativo e commercial; legislação). — *Antonio A. O. Lobo*, rua do Principe, 50.

Lente da 17.ª cadeira (Commercio). — *J. J. Rodrigues de Freitas*, Travessa de Santa Catharina, 52.

Lente da 18.ª cadeira (Desenho). — *F. S. Cardoso*, rua da Alegria, 347.

Lente substituto de Mathematica. — Vago.

Lente substituto de Philosophia. — Vago.

Lente substituto de Commercio. — Vago.

Lente substituto de Desenho. — *Guilherme A. Correia*, Campo da Regeneração, 124.

2. DIRECÇÃO

Director. — *Dr. F. de Salles Gomes Cardoso* (interinamente).

3. SECRETARIA

Secretario. — *Bento Vieira Ferraz d'Araujo*, rua das Vallas, 301.

4. BIBLIOTHECA

Bibliothecario. — *Bento Vieira Ferraz d'Araujo* (interinamente).

5. JARDIM BOTANICO

Guarda-primeiro official do jardim Botanico. — *Joaquim Casimiro Barbosa* (interinamente), Massarellos, 43.

6. LABORATORIO CHIMICO

Guarda-preparador do laboratorio chimico. — *Augusto Wenceslau da Silva* (interinamente), rua de Santa Catharina, 612.

7. GABINETE DE PHYSICA

Guarda-demonstrador de physica experimental. — *Bernardo Maria da Motta* (interinamente), travessa do Bolhão, 114.

8. GUARDA-MÓR

Guarda-mór. — *Joaquim Filippe Coelho*, no edificio da Academia.

9. EMPREGADOS SUBALTERNOS

Guarda subalterno, servindo de ajudante de bibliothecario. — *José Baptista Mendes Moreira*, Campo Alegre, 433.

Guarda subalterno. — *Antonio Correia da Silva*, no edificio da Academia.

Guarda subalterno. — *Francisco Martins Ferreira Borges*, Esperança, 68.

Servente do Laboratorio chimico e do gabinete de Physica. — *Domingos Gomes da Cruz*, travessa de S. Dionisio, 99.

Servente da secretaria e porteiro. — *João Antonio Pereira*, Travessa de S. Roque, 7.

B — Pessoal não pertencente ao quadro legal

1. PAGO PELA DOTAÇÃO DO EXPEDIENTE, E DOS ESTABELECIMENTOS ACADEMICOS

Amanuense da secretaria. — *Eduardo Lopes*, rua da Alegria, 293.

Hortelão do Jardim botanico. — *Joaquim José Tavares*, no Jardim.

Servente do Jardim botanico. — *Alberto Ferreira*, idem.

2. PAGOS PELA DOTAÇÃO PARA AS OBRAS DO EDIFICIO DA ACADEMIA E SERVINDO PARA ESCRIPTURAÇÃO E INSPECÇÃO DAS OBRAS

Amanuense da commissão das obras. — *J. Filippe Coelho*.

Guarda apontador das obras. — *Joaquim de Sousa Seabra*, rua 9 de Julho, 37.

C — Lentes jubilados

Conselheiro Arnaldo A. F. Braga, rua do Breyner, 104.
P. d'Amorim Vianna, Setubal.
Gustavo Adolpho Gonçalves e Sousa, rua do Principe, 156.
Dr. José Pereira da Costa Cardoso, rua do Principe, 205.
Conselheiro Adriano A. C. Machado, rua da Paz, 6.

§ 13

Estabelecimentos academicos

Os estabelecimentos academicos servem como meios de ensino nas lições e exercicios. Os que actualmente existem, mais ou menos completos, nos termos das leis vigentes, são:

1. A *bibliotheca*, que serve para leitura dos lentes, e tambem dos estudantes, mediante permissão especial. Está a cargo do bibliothecario (§ 12.º), que é ajudado pelo guarda subalterno *Mendes Moreira*. Está aberta desde as 9 da manhã até ás 3 da tarde.

2. O *gabinete de historia natural*, dirigido pelos lentes das cadeiras de Zoologia, e de Mineralogia e Geologia.

3. O *Gabinete de machinas ou de physica*, que é commum ao Instituto Industrial do Porto e á Academia Polytechnica (Portaria de 2 de Maio de 1854); dirigido, por parte da Academia, pelo Lente *Dr. Adriano de Paiva*, e tendo por guarda demonstrador de physica experimental a *Bernardo Maria da Motta*.

4. O *Laboratorio chimico*, tambem commum aos dous estabelecimentos, dirigido, por parte da Academia, pelo lente *A. J. Ferreira da Silva*; serve de guarda-preparador *Augusto Wenceslau da Silva* e de servente, que o é tambem do gabinete de physica, *Domingos Gomes da Cruz*. Está aberto desde as 10 horas da manhã até ás 4 horas da tarde.

5. O *Jardim botanico*, que fica junto á Praça do Duque

de Beja, dirigido pelo lente *Dr. Salles Gomes Cardoso*, auxiliado pelo 1.º official do Jardim *Joaquim Casimiro Barbosa*. São empregados, além d'isso, no jardim: um hortelão e um servente.

6. *Observatorio astronomico*. Não se acha installado, por falta de local apropriado.

7. *Gabinete de cinematica, ou collecção de modelos de cinematica* para illustração das lições da cadeira de mecanica racional e cinematica, que possue uma boa collecção de modelos cinematicos de Reuleaux. Este gabinete, que não se acha referido no Decreto de 13 de Janeiro de 1837, vem mencionado nos orçamentos da despeza do Ministerio do Reino de 1884-1885, e de 1885-1886.

8. A *collecção dos instrumentos astronomicos*, para illustração das lições da cadeira de astronomia.

9. *Collecção de estampas e modelos de desenho*, para a respectiva cadeira de desenho (1).

O regulamento do Laboratorio Chimico que actualmente vigora, acha-se publicado no *Annuario da Academia Polytechnica*, anno 1884-1885.

(1) Sobre estes estabelecimentos veja-se o *Annuario da Academia Polytechnica do Porto*, para 1883-1884, pag. 99 a 99; *idem*, anno 1884-1885, pag. 45 a 62.

§ 14

Indicação geral sobre as lições e exercicios

Objecto do ensino	Numero de horas semanaes		Nome do professor regente
	Lições	Exercicios	
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica.	6	2	*L. I. Woodhouse.*
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	2	*Dr. Gomes Teixeira.*
3. Mecanica racional; cinematica	6	—	*J. A. Albuquerque.*
4. Geometria descriptiva I	6	—	*Dr. Gomes Teixeira.*
5. Exercicios de geometria descriptiva I	—	2	
6. Geometria descriptiva II	2	—	
7. Exercicios de geometria descriptiva II	—	2	
8. Astronomia e geodesia	6	—	*L. I. Woodhouse.*
9. Topographia	2	2	
10. Physica geral	6	2	*Dr. Adriano de Paiva.*
11. Physica industrial	2	—	
12. Chimica inorganica geral	6	2	*Dr. J. D. Arroyo.*
13. Chimica inorganica industrial	2	—	

Objecto do ensino	Numero de horas semanaes		Nome do professor regente
	Lições	Exercicios	
14. Chimica organica geral e biologica......	4	2	*A. J. Ferreira da Silva.*
15. Chimica analytica................	2	2	
16. Chimica organica industrial............	2	—	
17. Mineralogia, paleontologia e geologia.....	6	—	*A. M. Gonçalves.*
18. Botanica geral......	6	—	*Dr. Salles Gomes Cardoso.*
19. Botanica industrial Materias primas d'origem vegetal........	2	—	
20. Zoologia geral......	6	—	*M. A. Gonçalves.*
21. Zoologia industrial..............	2	—	
22. Resistencia dos materiaes e estabilidade de construcções........	6	—	*M. Terra Vianna.*
23. Projectos relativos a resistencia dos materiaes e a estabilidade de construcções.....	—	2	
24. Hydraulica e machinas I..............	6	—	*Roberto Mendes.*
25. Projectos de hydraulica e machinas I.....	—	6	
26. Hydraulica e machinas II.............	6	—	
27. Projectos de machinas II.............	—	6	
28. Projectos de machinas e de chimica industrial..............	—	6	— —

Objecto do ensino	Numero de horas semanaes		Nome do professor regente
	Lições	Exercicios	
29. Projectos de machinas e de physica e chimica industrial II......	—	6	— —
30. Construcções I......	6	—	*Roberto Mendes.*
31. Projectos de construcções I.............	—	6	
32. Construcções II......	6	—	
33. Projectos de construcções II............	—	6	
34. Docimasia..........	2	2	— —
35. Metallurgia.........	4	—	
36. Projectos de metallurgia...............	—	—	
37. Arte de minas.......	6	—	
38. Projectos relativos á arte de minas.......	—	6	
39. Economia politica. Estatistica; principios de direito publico, direito administrativo e commercial............	4	—	*Antonio Lobo.*
40. Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial...	2	—	
41. Calculo commercial; escripturação em geral e especialmente dos bancos............	4	—	*Rodrigues de Freitas.*
42. Contabilidade industrial...............	2	—	
43. Economia commercial e geographia commercial...............	6	—	

Objecto do ensino	Numero de horas semanaes		Nome do professor regente
	Lições	Exercicios	
44. Desenho de figura, paisagem e ornato	—	6	Silva Cardoso.
45. Desenho de architectura e aguadas	—	6	
46. Desenho topographico e desenho de machinas	—	6	

Os alumnos do curso de commercio teem um curso de analyse chimica commercial no 3.º anno.

§ 15

Programmas detalhados das cadeiras e exercicios

I Cadeira — Algebra superior e geometria analytica

Lente *L. I. Wodhouse*. Seis horas semanaes

ALGEBRA

PRIMEIRA PARTE

1. *Determinantes.*—Noções preliminares. Disposição par, disposição impar. Permutação de dois elementos. Permutação circular. Definição de determinante. Notação. Ordem do determinante. Termo principal. Propriedades geraes dos determinantes. Determinantes menores. Desenvolvimento dos determinantes. Regra de Sarrus. Calculo dos determinantes. Resolução das equações do primeiro grau a muitas incognitas. Multiplicação de determinantes.

2. *Generalisação da noção de quantidade.*—Quantidades arithmeticas. Propriedades combinatorias das operações da arithmetica. Introducção da ideia de direcção no symbolo representativo da grandeza. Quantidades algebricas reaes. Quantidades geometricas.

Modulo e argumento. Definição das operações geometricas. Verificação das propriedades combinatorias das operações da arithmetica. Quantidades imaginarias. Interpretação geometrica de $\sqrt{-1}$. Notação algebrica e trigonometrica das quantidades imaginarias. Operações sobre imaginarios. Formula de Moivre. Raizes da unidade.

3. *Series. Productos infinitos. Fracções continuas.*—Series convergentes e divergentes. Series de termos reaes. Regras de convergencia. Series de termos imaginarios. Convergencia.

Productos infinitos. Condição de convergencia. Limite de $(1+\frac{1}{n})^n$, quando n cresce indefinidamente.

Fracções continuas. Definição. Transformação da fracção em serie. Estudo do caso em que os numeradores das fracções integrantes são eguaes á unidade.

4. *Principios geraes da theoria das funcções.*—Continuidade das funcções. Descontinuidade de primeira e segunda especie. Theoremas sobre continuidade.

Funcções algebricas. Funcções inteiras. Formula de Taylor. Formação das derivadas. Derivada de um producto. Decomposição da funcção em factores binomios (1). Funcções racionaes fraccionarias. Sua decomposição. Funcções transcendentes. Exponenciaes. Funcções circulares. Logarithmos. Periodicidade nas funcções circulares.

SEGUNDA PARTE

5. *Theoria geral das equações.*—Theorema fundamental da theoria das equações. Existencia de n raizes. Raizes imaginarias conjugadas na equação de coefficientes reaes. Decomposição de um polynomio real em factores reaes do primeiro e segundo grau. Relações entre os coefficientes e as raizes. Transformação das equações. Raizes eguaes.

6. *Separação das raizes das equações numericas.*—Limites das raizes de uma equação de coefficientes reaes. Theorema sobre a mudança de signal de $\frac{f(x)}{f'(x)}$ quando $f(x)$ passa por zero. Theorema relativo á substituição da variavel por dois numeros. Corollarios. Theorema de Descartes. Theorema de Rolle. Theorema de Sturm. Applicação á determinação das condições de realidade de uma equação de grau dado.

Theorema de Cauchy sobre o numero de raizes reaes ou imaginarias dentro de um dado contorno.

Separação das raizes reaes das equações numericas pelo methodo de Lagrange, e applicação do theorema de Sturm.

7. *Calculo das raizes.*—Raizes commensuraveis. Raizes incommensuraveis. Methodo de approximação de Newton e Fourier.

8. *Eliminação.*—Methodo do maximo divisor commum. Methodo de Euler. Methodo de Bezout e Cauchy. Applicação ao calculo das raizes imaginarias. Abaixamento das equações.

9. *Funcções symetricas.*—Funcções symetricas. Methodo de eliminação fundado nas funcções symetricas.

10. *Resolução algebrica das equações.*—Considerações geraes. Equação do terceiro grau. Equação do quarto grau.

---

(1) A demonstração dá-se na theoria das equações.

GEOMETRIA ANALYTICA

PRIMEIRA PARTE

1. *Trigonometria espherica.*—Formulas fundamentaes. Resolução dos triangulos.

SEGUNDA PARTE

2. *Ponto. Linha recta.*—Ponto. Coordenadas cartesianas. Coordenadas polares. Distancia entre dois pontos. Transformação de coordenadas.

Equação de uma linha. Equação da linha recta. A equação do primeiro grau representa uma recta. Differentes formas da equação da linha recta. Equação da recta que passa por dois pontos. Condição para que tres pontos estejam em linha recta. Angulo de duas rectas. Condições de parallelismo e perpendicularidade. Intersecção de duas rectas. Condição para que tres rectas sejam concorrentes. Equação de uma recta que passa pela intersecção de outras duas. Distancia de um ponto a uma recta.

Equações do grau superior ao primeiro. Generalidades sobre equações que se decompõem em factores.

3. *Circulo.*—Equação do circulo. Differentes formas. Circulo que passa por tres pontos. Equação do segundo grau que representa um circulo. Determinação do raio e coordenadas do centro.

4. *Parabola.*—Definição. Sua equação. Algumas propriedades. Transformação de coordenadas. Equação em coordenadas polares.

5. *Ellipse.*—Definição. Sua equação referida ao centro e eixos. Algumas propriedades. Transformação de coordenadas. Equação da curva em coordenadas polares.

6. *Hyperbole.*—Definição. Equação referida ao centro e eixos. Algumas propriedades. Transformação de coordenadas. Equação da curva em coordenadas polares.

Definição d'estas curvas pela relação das distancias dos seus pontos a um ponto e a uma recta. Equação geral.

7. *Das tangentes.*—Tangentes em geral. Tangente e normal ao circulo. Tangente tirada por um ponto exterior. Corda dos contactos. Polo e polar.

Tangente e normal á parabola. Subtangente e subnormal. Differentes propriedades. Polo e polar.

Tangente e normal á ellipse e hyperbole. Subtangente e subnormal. Differentes propriedades. Cordas supplementares. Polo e polar.

8. *Asymptotas.*—Asymptotas da hyperbole. Equação da curva referida ás asymptotas.

9. *Centros e diametros.*—Theoria dos centros e diametros na parabola, na ellipse e na hyperbole. Diametros conjugados. Equações da ellipse e hyperbole referidas aos diametros conjugados. Relação com as cordas supplementares. Equação da parabola referida a eixos conjugados.

10. *Discussão da equação geral do 2.º grau a duas variaveis.*

TERCEIRA PARTE

11. *Ponto. Recta. Plano.*—Coordenadas do ponto no espaço. Distancia entre dois pontos. Coordenadas polares de um ponto. Transformação de coordenadas.

Superficies e linhas. Equações da recta e do plano. Problemas sobre a recta e o plano.

12. *Superficies cylindricas, conicas e de revolução.*
13. *Discussão da equação geral do 2.º grau a tres variaveis.*

II Cadeira — Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações

Lente *Dr. F. Gomes Teixeira.* Seis horas semanaes

Na exposição das doutrinas que são comprehendidas n'esta cadeira, o respectivo lente segue os **Fragmentos de um curso de analyse infinitesimal**, que são publicados n'este *Annuario*, e de que elle é auctor.

III Cadeira — Mecanica racional e cinematica

Lente *J. A. Albuquerque.* Seis horas semanaes

I — MECANICA RACIONAL

Noção de movimento e de força: objecto da mecanica; distincção entre mecanica racional e mecanica physica. Divisão da mecanica racional em Phoronomia, Estatica e Dynamica. Representação ideal dos corpos em mecanica racional: ponto material e systema material.

A. — PHORONOMIA

a) Movimento absoluto

1) Phoronomia do ponto material

Objecto da Phoronomia; correlação entre esta sciencia e a geometria. Movimento absoluto e relativo. A fluxão das grandezas: noção geral de velocidade.

Theoria da velocidade

Equação do movimento do ponto sobre a trajectoria. Movimento uniforme e variado, rectilineo e curvilineo. Velocidade linear. Representação graphica da lei do movimento: curva dos espaços e das velocidades. Im-

portancia da representação graphica do movimento como methodo de investigação das leis naturaes.

Decomposição do movimento: a simultaneidade de movimento como pura concepção. Expressão do movimento de um ponto pelo de tres movimentos rectilineos coordenados: equações finitas do movimento. Composição de velocidades simultaneas de um ponto: parallelogrammo, parallelipipedo, e, geralmente, polygono das velocidades. Movimento de um ponto em relação a um polo fixo: movimento areolar no plano e no espaço; movimento de circulação e angular; velocidades respectivas. Propriedades projectivas do movimento de um ponto.

Applicações: projecção de um movimento circular e uniforme sobre um diametro — principaes propriedades da velocidade de um planeta no seu movimento ao redor do sol — methodo de Roberval para o traçado das tangentes ás curvas: exemplifica-se o methodo na espira de Archimedes, na conchoide, na quadratriz, nas conicas e na cycloide.

Emprego em mecanica dos principios da theoria dos vectores.

Theoria da acceleração

Incremento geometrico da velocidade: acceleração total; sua decomposição natural em acceleração tangencial e centripeta. Interpretação geometrica da acceleração total. Propriedades projectivas da acceleração total. Desvio elementar: importancia da sua consideração; expressão da acceleração no desvio. Equações differenciaes do movimento. Conhecimento que a consideração simultanea das noções de velocidade e acceleração dá do movimento de um ponto. Hodographos das accelerações.

2) Phoronomia dos solidos ou systemas invariaveis

Simplificações que ao estudo do movimento de um solido dá a hypothese da invariabilidade da fórma. Movimento elementar de um solido. As especies mais simples do movimento elementar de um solido: movimento de translacção e de rotação; suas propriedades geometricas e phoronomicas. Representação da rotação por um vector.

Figuras planas

Movimento de uma figura plana no seu plano: deslocação finita; deslocação infinitamente pequena; centro ou polo instantaneo de rotação; determinação do polo pelo conhecimento das velocidades contemporaneas de dois pontos; situação do polo no infinito. Movimento continuo da figura plana: trajectorias polares; movimento epicycloidal plano.

Applicações ao movimento de uma recta de comprimento constante, cujos extremos são dirigidos pelos lados de um angulo: circulos de Cadran.

Movimento de uma figura plana no espaço: deslocação infinitamente pequena; fóco do plano; caracteristica; propriedades do fóco e da caracteristica. Caso em que a caracteristica passa ao infinito.

Figuras esphericas

Movimento de uma figura espherica na sua esphera; deslocação finita; deslocação infinitamente pequena; polo e eixo instantaneo de rotação; sua determinação. Movimento continuo da figura espherica: trajectorias polares esphericas; reducção do movimento da figura ao de rolamento das trajectorias polares esphericas; movimento epicycloidal espherico.

Solidos

Movimento de um solido cujos pontos se deslocam parallelamente a um plano fixo; sua reducção ao de uma figura plana no seu plano: rolamento cylindrico.

Movimento de um solido ao redor de um ponto fixo: sua reducção ao de uma figura espherica na sua esphera; theorema de Poinsot: rolamento conico. Relação que liga a velocidade angular ao redor do eixo instantaneo, a velocidade angular d'este eixo descrevendo as duas superficies conicas e os raios de curvatura d'ellas. Solução analytica: expressão em determinantes das componentes da velocidade linear de um ponto do solido.

Movimento o mais geral de um solido livre no espaço: deslocação finita; reducção a uma translacção e rotação; infinidade de combinações de dois movimentos do mesmo genero; quantidades que permanecem constantes em todos os systemas d'essas combinações; systema notavel em que a translação é parallela ao eixo da rotação; seu estado unico: movimento heliçoidal; eixo de rotação e de resvalamento, sua construcção—deslocação infinitesimal: eixo instantaneo de rotação e de resvalamento; determinação da velocidade do movimenlo heliçoidal. Movimento continuo: imagem de Poinsot; imperfeição d'esta representação. Axoides: imagem de Poncelet. Superficies e contornos complementares dos axoides: theorema de Reuleaux que reduz o movimento mais geral de um solido ao rolamento de duas curvas.

Acceleração no movimento dos solidos: centro das accelerações; logares geometricos dos pontos materiaes em que as accelerações tangenciaes e centripetas são nullas. Theorema de Rivals.

a) Movimento relativo

1) Movimento relativo de um ponto material

Relação entre a velocidade absoluta, relativa e de arrastamento. Casos de movimento relativo em que o movimento de arrastamento é uma translacção simples, ou uma rotação simples: exemplifica-se no movimente apparente do sol e no movimento diurno dos astros. Relação entre a acceleração absoluta, relativa, de arrastamento e complementar: theorema de Coriolis, sua demonstração geometrica e analytica. Expressão em determinantes das componentes da acceleração complementar.

2) Movimentos elementares componentes ou relativos de um solido

Composições de translacções. Composição de rotações: 1.° ao redor de eixos parallelos; binario de rotações—2.° ao redor de eixos convergentes. Composição de translacções e rotações.

Expressões analyticas da deslocação de um ponto do solido em funcção dos seis parametros que definem o movimento mais geral do solido.

Passagem da phoronomia á estatica e dynamica

Principios fundamentaes da mecanica racional, considerados como factos primarios da constituição cosmica: I Principio de persistencia — II Principio da coexistencia — III Principio da mutualidade de acção.

As forças comparadas aos seus effeitos: noção de massa. Avaliação numerica das massas pelos pesos; densidade; homogenidade. Representação das forças por vectores.

Como a noção da massa opera a passagem dos theoremas e construcções da phoronomia para a dynamica: composição das forças applicadas a um mesmo ponto material; projecção das forças: decomposição de uma força applicada a um ponto material em força tangencial e normal á trajectoria do ponto; theorema de Coriolis em dynamica; força de inercia de arrastamento, força centrifuga composta.

Noção do trabalho das forças: alta importancia da noção do trabalho, tirada da sciencia economica, em vista da industria do homem e da grande industria da Natureza. Unidades de trabalho. Trabalho elementar de uma força: dois aspectos differentes de o considerar. Expressão de trabalho elementar de uma força emanante de um ponto fixo.

Trabalho virtual; importancia d'esta concepção como artificio de raciocinio. Theorema que liga o trabalho elementar da força resultante ao das forças componentes; theorema que liga o trabalho elementar de uma força relativo a uma deslocação qualquer aos trabalhos da mesma força relativos ás deslocações componentes d'aquella. Expressão do trabalho elementar de uma força em coordenadas rectangulares. Noção de momento de uma força em relação a um ponto, a um eixo e a um plano. Representação do momento por uma area plana; representação dos momentos por vectores: eixo do momento. Theorema do trabalho elementar de uma força na rotação do ponto de applicação da força ao redor do eixo. Determinantes que exprimem os momentos de uma força relativamente a tres eixos rectangulares. Modificações que soffrem estes determinantes devidas a uma translacção dos eixos coordenados. Expressão do momento de uma força relativamente a um eixo dado de posição em funcção d'aquelles determinantes. Theorema de Varignon.

B. — ESTATICA

1) Estatica do ponto material

Definição de equilibrio. Independencia das condições estaticas das forças e do estado de quietação ou de movimento do ponto material. Equações geraes do equilibrio. Reducção das tres equações do equilibrio a uma unica equação, por meio do trabalho virtual. Equilibrio de um ponto obrigado a uma superficie; reação normal da curva e da superficie; reducção d'este equilibrio ao do ponto livre. Equilibrio relativo de um ponto livre: applicação a um ponto pesado á superficie da terra; peso do ponto material.

2) Estatica dos systemas materiaes

Noções sobre a constituição dos systemas naturaes; distincção de forças interiores e exteriores. Hypothese da continuidade da materia nos corpos. Pressão n'um elemento dos systemas materiaes; isotropismo. Systemas obrigados a ligações: systemas invariaveis. Lemma relativo á somma dos trabalhos das forças interiores.

Equilibrio dos systemas obrigados a ligações (*theorema das velocidades virtuaes*): reducção do systema ao de pontos livres. Theorema de Tschirnhausen servindo de lemma para obter a expressão do trabalho das forças de ligação.

Annullação d'este trabalho para deslocações virtuaes compativeis com as ligações. Methodo de Lagrange para o estabelecimento analytico das equações geraes do equilibrio; sua importancia.

Equilibrio dos systemas invariaveis; applicação do *theorema das velocidades virtuaes* aos systemas invariaveis — 1.º caso em que o systema é livre: as seis equações necessarias e sufficientes que definem o equilibrio — 2.º caso em que o systema está obrigado a um ponto fixo, ou a um eixo fixo; equações da reacção do ponto ou do eixo. Reducção do numero das equações de equilibrio em casos especiaes das forças applicadas: 1.º forças convergentes em um mesmo ponto; 2.º forças parallelas; 3.º forças situadas n'um mesmo plano. Equivalencia das forças; sua expressão analytica por seis ou por uma equação. Consequencias immediatas da equivalencia. Composição das forças; caso de forças convergentes; caso de duas forças parallelas binario de forças. Theoria dos binarios de forças: propriedades do binario; representação do binario por um vector (*eixo do binario*); propriedade projectiva do eixo; effeito dynamico de um binario applicado a um solido. Composição dos binarios. Composição geral das forças: reducção de um systema qualquer forças a duas; a uma resultante de translacção e a um binario; momento resultante. Expressão analytica da condição de reductibilidade de um systema de forças a uma unica força. Minimo dos momentos relativamente ás diversas posições da resultante de translacção: *eixo central dos momentos* — representação geometrica de Poinsot dos eixos no espaço relativamente aos quaes se tomam os momentos de um systema de forças.

Equilibrio de um corpo que se appoia n'um plano fixo por um numero determinado de pontos; solução do paradoxo relativo ás pressões.

Centro das forças parallelas; propriedades caracteristicas. Centro de gravidade: centro de massa de solidos, superficies e linhas. Caso da homogenidade. Theoremas que podem facilitar a determinação do centro de gravidade. Exemplos principaes da determinação do centro de gravidade na hypothese da homogenidade.

Methodo centrobarico: theorema de Pappus.

Equilibrio dos systemas funiculares: noção de tensão do cordão; equilibrio de um cordão actuado por tres forças; equilibrio do polygono funicular; construcção graphica de Varignon: applicação ás pontes pensis: equações do equilibrio da curva funicular: applicação a um fio tenso sobre uma superficie — a um fio homogeneo pesado suspenso pelas extremidades (catenaria). Equilibrio dos systemas polygonaes articulados sem attricto.

Theoria geral da funcção de força: determinação simples das quantidades relativas á força por meio da funcção de força; representação geometrica por meio das superficies de nivel. Caso fundamental em que existe uma funcção de força: potencial. Theoremas de Laplace e de Poisson relativos ao parametro differencial da segunda ordem do potencial.

Applicação á attracção de uma esphera homogenea ou composta de camadas esphericas homogeneas sobre um ponto material situado no exterior ou interior da esphera; attracção de um ellipsoide homogeneo: theoremas de Newton e de Ivory; notavel consequencia d'este ultimo theorema.

Equilibrio dos systemas isotropos: equações do equilibrio interior de um systema material qualquer; equilibrio do parallelipido e do tetraedro elementar. Ellipsoide das pressões. Orientação de um elemento plano sob uma determinada pressão.

Casos de systemas isotropos: Hydrostatica. Equações geraes do equilibrio dos fluidos; equação de Clairaut. Superficie de nivel; expressão da pressão no parametro da superficie de nivel; propriedades isopiezica, isotherma e homogenica de uma camada de nivel.

Applicação aos liquidos pesados; altura representativa das pressões. Pressão de um liquido pesado sobre uma superficie immersa: centro de pressão; sua determinação geometrica e analytica no caso da superficie plana. Reducção das pressões elementares sobre uma superficie curva. Caso em que as pressões superficiaes dão resultante: *principio* de Archimedes. Equilibrio dos corpos fluctúantes.

Applicações: nivellamento barometrico; equilibrio relativo de um liquido que gira uniformemente ao redor de um eixo vertical.

Summaria exposição historica dos diversos principios sobre que se tem fundado a Estatica.

C. — DYNAMICA

1) Dynamica de um ponto material

Equações differenciaes dynamicas do movimento linear: problemas geraes que ellas exprimem; determinação das constantes arbitrarias. Expressão d'estas equações sob a forma de equilibrio: força de inercia, equação do trabalho virtual que exprime o equilibrio dynamico.

Equações differenciaes dynamicas do movimento areolar.

Integraes geraes das equações differenciaes do movimento: Theorema do augmento da quantidade de movimento projectado — Theorema do trabalho; caso de funcção de força: theorema das forças vivas; expressão do theorema por meio das superficies do nivel. Dois casos importantes em que existe funcção de força — Theorema do accrescimo do momento da quantidade de movimento em relação a um eixo: interpretação geometrica de Resal. Caso do theorema das areas. Forças centraes: expressão differencial de uma força central nos elementos da trajectoria.

Movimento de um ponto sobre uma curva e sobre uma superficie dadas: caso de funcção de força. Dynamica do movimento relativo de um ponto material: extensão dos theoremas geraes a este movimento.

Applicações:

Movimento rectilineo em geral: casos em que a integração se reduz a quadratura — Movimento rectilineo de um ponto attrahido ou repellido por uma força central proporcional á distancia ao centro — Movimento rectilineo e vertical, descendente e ascendente, de um ponto pesado no vacuo e num meio resistente. Observação sobre as soluções singulares em mecanica: exemplo de Poisson — Movimento de um ponto pesado sobre uma recta inclinada.

Exemplos principaes de movimento curvilineo:

Movimento dos projectís no vacuo e em um meio resistente — Movimento curvilineo de um ponto attrahido ou repellido por uma força central: *a*) proporcional á distancia ao centro; *b*) inversamente proporcional ao quadrado da distancia ao centro: movimento dos planetas ao redor do Sol; leis de Kepler e suas immediatas consequencias.

Exemplos principaes do movimento de um ponto sobre uma curva e uma superficie: Movimento de um ponto material pesado movel sobre um circulo vertical; pendulo circular simples no vacuo; pendulo cycloidal no vacuo. Tautochrona e brachistochrona de um ponto pesado no vacuo. Pendulo circular em um meio resistente no caso de mui pequenas oscillações.

Exemplos de movimentos relativos: queda de um ponto pesado no vacuo attendendo ao movimento da terra: desvio este confirmado pela experiencia de Reich em Freyberg. Pendulo de Foucault.

2) Dynamica dos systemas materiaes

Systemas obrigados a ligações:

Reducção da dynamica dos systemas á estatica dos systemas: theorema de d'Alembert: seus differentes enunciados, e expressão analytica. Equações geraes do movimento estabelecidas pela apreciação do methodo dos multiplicadores; vantagem da introducção das indeterminadas. Exemplos do emprego do methodo. Theorema de Hamilton: equações dynamicas de Lagrange (primeira forma canonica); equações dynamicas de Hamilton (segunda forma canonica). Applicação das equações de Lagrange ao movimento de um ponto obrigado a uma esphera (pendulo conico).

Integraes da equação geral do movimento: Theorema do movimento do centro de gravidade — Theorema das quantidades de movimento proje-

ctadas — Theorema dos momentos das quantidades de movimento: theorema das areas: plano do maximo das areas; caso do plano invariavel — Theorema das forças vivas; theorema da energia: conservação da energia total do Universo; theorema de Ivon Villarceau relativo ao virial.

Summario historico dos theoremas geraes da dynamica.

Theorema de Gauss do minimo esforço. Theorema da menor acção.

Propriedades mecanicas do centro de gravidade; theorema de Kœnig; trabalho da gravidade.

Equações dos pequenos movimentos.

Estabelidade e instabelidade do equilibrio: theorema de Dirichlet. Coexistencia das pequenas oscillações e sobreposição dos pequenos movimentos.

Extensão dos theoremas geraes ao caso do movimento relativo.

Systemas invariaveis: Decomposição do movimento de um solido livre em movimento do centro de gravidade e ao redor d'este centro; expressão da somma dos momentos das quantidades de movimento e da força viva de um solido movendo-se ao redor de um eixo. Theoria dos momentos de inercia: raio de gyração; relação entre os momentos de inercia relativos a eixos parallelos; propriedade de minimo momento. Momento de inercia em relação a um eixo passante por um ponto; eixos principaes de inercia e momentos de desvio (*deviations moments, Rankine*); propriedades dos eixos principaes e sua determinação; ellipsoide central. Expressão do momento de inercia de um solido de revolução em relação ao sei eixo. Momentos de inercia das figuras planas; ellipse central. Momento de inercia polar.

Exemplos principaes da determinação de momentos de inercia.

Equações dynamicas do movimento de um solido ao redor de um eixo fixo: theoria do pendulo composto — pendulo simples synchrono; eixo de oscillação; propriedades de maximo e de minimo do tempo de uma oscillação.

Movimento de um solido ao redor de um ponto fixo: equações de Euler; formulas que exprimem as componentes de rotação instantanea nas velocidades de nutação, precessão e rotação propria do solido. Caso em que as forças passam pelo ponto fixo: dois primeiros integraes das equações de Euler; estabelecimento directo d'estes integraes. Theoria geometrica de Poinsot.

Theoria da percussão; theoremas relativos á variação da força viva na percussão. Applicação a um solido obrigado a um eixo fixo: centro de percussão. Pendulo balistico. Choque dos corpos: solução analytica de Poisson; solução geometrica de Darboux.

Hydrodynamica: equações geraes do movimento dos fluidos. Condições relativas á superficie. Fórma das equações ás differenciaes parciaes no caso de funcção de força e de funcção de velocidade. Movimento permanente de um liquido pesado: theorema de Daniel Bernouilli; sua demonstração directa; theorema de Torricelli.

II — CINEMATICA

(THEORIA DOS MECANISMOS)

Objecto de cinematica theorica, considerado como sciencia da composição e do movimento das machinas, ou theoria dos mecanismos. Breve digressão historica sobre a origem e formação d'esta sciencia — exposição critica dos systemas de classificação dos mecanismos de Monge, Hachette, Lanz e Bétancourt (1808-1819), Borgnis (1818); Limitação e denominação da sciencia por Ampère (1834); systema de Robert Willis (1841), de Laboulaye (1849), de Haton de la Goupillière (1864). Razão da imperfeição dos systemas propostos. Constituição logica e scientifica da cinematica pelo systema Reuleaux, fundado nas verdadeiras leis da formação dos mecanismos. Solução geral dos problemas das machinas: ponto de partida de Reuleaux; definição de machina. Caracteristica dos problemas relativos ás machinas. Analyse cinematica das machinas: decomposição em mecanismos, em cadeias, em binarios de elementos. Formação de um binario de elementos pela ligação reciproca dos elementos de dois binarios primitivos. Ligação de um numero qualquer de binarios de elementos: cadeia cinematica simples e composta; cadeia fechada desmodromica. Transformação da cadeia fechada em mecanismo. Pluralidade d'esta transformação. Transformação do mecanismo em machina.

Notação cinematica.

Differentes especies de binarios de elementos: condição a que deve satisfazer um binario de elementos para ser desmodromico. Binarios de elementos inferiores (parafuso, cylindro, prismo). Apoios necessarios e sufficientes dos elementos. Binarios superiores. Investigação geral dos perfis de elementos em vista de uma dada lei de movimento: processo geral de dentadura; theorema e construcção de Savary; processo approximado de Poncelet; processo de trajectorias polares auxiliares.

Caso em que a lei do movimento é definido por trajectorias polares circulares: engrenagens cylindricas nos tres typos principaes de lanterna, flancos, desenvolventes de circulo; processos de dentadura de Reuleaux. Engrenagem de cremalheira. Calculo do trabalho do attricto nos dentes de uma engrenagem. Engrenagens conicas; methodo practico de Tredgold. Engrenagens hyperboloides.

Binarios de elementos dependentes: clausura dos binarios por meio de forças sensiveis; clausura por meio de cadeias cinematicas. Elementos cinematicos ductís: binarios monocineticos (orgãos de tracção e de compressão); clausura cinematica completa dos elementos ductís.

Cadeias cinematicas dependentes: pontos mortos nos mecanismos; passagem d'estes pontos por meio de forças sensiveis ou por clausura de cadeias.

Cadeia fundamental: *quadrilatero de manivella cylindrico;* trajectorias polares da cadeia; trajectorias polares reduzidas. Mecanismos derivados da cadeia. Transformação evolutiva da cadeia: *cadeia cylindrica de manivella de impulsão;* theoria geometrica e analytica da biella. Mecanismos d'ella derivados; machinas que elles constituem.

Principios geraes de modificação accessoria de fórma: 1.° amplifica-

ção dos moendes (Zapfen-Erweiterung) — 2.° reducção das cadeias. Applicação d'estes principios á cadeia de manivella ($C_3''P\perp$): amplificação 2 em 1 1 em 2 (excentrico), 3 em 2, 2 em 3, 1 em 2 em 3, 3 em 2 em 1.

Transformação evolutiva da amplificação annular 2 em 3: *cadeia de corrediça em cruz rectangular;* mecanismos derivados.

Reducção do numero de membros de uma cadeia: exemplifica-se nas cadeias ($C_3''P\perp$) — c; ($C_3''P\perp$) — a — c; ($C_2^\perp$ $C_2\perp$) — c.

Capsulismos de manivella derivados da cadeia ($C_3'P\perp$): analyse feita sobre os modelos do gabinete (schemas das machinas de vapor de Simpson e Shipton, de Cochrane, de Davies; schemas das bombas de Beale e de Ramelli, do ventilador de Wedding.

Capsulismos de rodas derivados da cadeia simples de rodas dentadas cylindricas ($Cz+C_2''$): analyse feita sobre os modelos do gabinete (Schemas das machinas de Pappenheim, Fabry, Root, Evrard, Repsold, Dart, Révillion Galloway). Trens ordinarios de rodas dentadas; trens epicycloidaes.

Analyse cinematica das machinas tradicionalmente consideradas como *machinas simples:* alavanca, plano inclinado, cunha, roldana, sarilho, parafuso.

Analyse das machinas completas: concepção que considera a machina completa como o resultado da combinação das tres partes — receptor — transmissor — operador. Divisão das machinas em machinas de transporte e de transformação. Critica d'aquella concepção. Interpretação cinematica da machina completa.

Theoria geral do movimento das machinas.

METHODO DE ENSINO

O curso da 3.ª cadeira é dado em 70 lições (numero médio) de duas horas cada uma (seis semanaes) expostas na aula pelo professor. Depois de um certo numero de lições, que completem uma divisão do programma, os alumnos são interrogados pelo lente sobre as materias dadas (o numero dos interrogatorios não excede oito).

O professor expõe as lições sem dependencia de compendio; para o que, previamente á hora da lição, os calculos e as figuras são escriptos e traçadas com todo o desenvolvimento nas tres pedras da aula, sendo as duas horas da lição consagradas á exposição oral feita pelo professor. Indica-se, porém, como podendo servir de auxilio ao trabalho dos alumnos no estudo das lições expostas sobre o programma, a obra de *H. Laurent, Traité de mécanique rationnelle,* 2 vol., 2.ª edição, Paris, 1878; e faz-se opportunamente a bibliographia das principaes obras a consultar para maior desenvolvimento de alguns assumptos mais importantes do curso.

IV Cadeira — Geometria descriptiva

Lente (interino) *Dr. F. Gomes Teixeira.* Oito horas semanaes

I

Objecto da geometria descriptiva; methodos em geometria descriptiva: de projecção, de rebatimento, de rotação e de mudança de planos de projecção. Problemas relativos ao ponto, á recta e ao plano. (Este ensino deve ser considerado como uma recordação desenvolvida do ensino do 6.° anno dos Lyceus centraes).

Pontos e linhas de construcção situados fóra do quadro graphico. Problemas relativos aos angulos triedros: construcções respectivas.

Estudo e traçado de curvas importantes, especialmente a helice, epicycloides, envolventes de circulo.

Representação graphica do ellipsoide, hyperboloide de uma e duas folhas, e paraboloides elliptico e hyperbolico.

Superficies e seus planos tangentes: cylindro, cone e superficies de revolução. Intersecção de superficies curvas: cones e cylindros (penetração e arrancamento), intersecção de duas superficies da 2.ª ordem, de duas superficies de revolução.

Projecções cotadas: problemas relativos á linha recta e ao plano; plano tangente ao cone.

Perspectiva axonometria e cavalheira.

II

Noções de geometria projectiva.

Sombras lineares. Superficies regradas: superficies planificaveis e enviesadas. Normalias. Curvatura das superficies. Superficies heliçoidaes: superficie de parafuso de filetes triangulares, e de filetes quadrados. Superficies topographicas.

III

Noções de graphostatica: calculo graphico: theoria geometrica das figuras reciprocas em graphostatica. Equilibrio graphico dos systemas planos.

Traçado das engrenagens cylindricas, conicas e heliçoidaes. Applicações da geometria descriptiva ao corte dos solidos (Stereotomia).

V Cadeira — Astronomia e geodesia

Lente (interino) *L. I. Wodhouse.* Oito horas semanaes.

PRIMEIRA PARTE

ASTRONOMIA E GEODESIA

a) ASTRONOMIA

1. *Esphera celeste e movimento diurno.*—Planos e circulos principaes da esphera celeste.—Coordenadas astronomicas.—Transformação dos differentes systemas de coordenadas astronomicas.—Medida do tempo.—Conversão das medidas do tempo.—Questões relativas ao movimento diurno.

2. *Instrumentos astronomicos.*—Descripção e uso dos principaes instrumentos empregados nas observações astronomicas.

3. *Variações dos planos fundamentaes a que se referem as coordenadas dos astros.*—Precessão.—Nutação.

4. *Erros d'observação devidos á posição do observador á superficie da terra e ás propriedades da luz.*—Parallaxe.—Refracção astronomica. Effeitos da parallaxe e da refracção sobre o semi-diametros dos astros. Aberração.

5. *Posições médias das estrellas.*—Reducção das posições médias das estrellas aos lugares apparentes, e reducção inversa.—Determinação das ascensões rectas e declinações, e da obliquidade da ecliptica.—Determinação das constantes que servem para a reducção.—Movimentos proprios das estrellas.—Constellações.—Nebulosas.

6. *Determinação astronomica das coordenadas geographicas d'um lugar.*—Determinação do meridiano ou d'um azimuth absoluto.—Determinação do tempo e da latitude, conjuncta ou separadamente.—Determinação da differença das longitudes geographicas de dous lugares.

7. *Systema solar.*—Movimento do sol.—Movimento da lua.—Planetas.—Satellites.—Cometas.—Eclipses do sol e da lua.—Occultações.—Dimensões absolutas do systema solar.—Parallaxe do sol.

b) GEODESIA

1. *Triangulações geodesicas.* — Cadeias e redes geodesicas. — Bases.— Triangulação de 1.ª ordem e triangulações secundarias.—Estações e signaes geodesicos.

2. *Medida das bases.*—Réguas geodesicas.—Correcção e precisão da medida d'uma base.

3. *Medida dos angulos.*—Methodos empregados na medida dos angulos.—Instrumentos repetidores e reiteradores.

4. *Calculo dos triangulos geodesicos.*—Methodos de resolução dos triangulos.—Calculo dos triangulos.—Correcções angulares.—Compensação das redes.

5. *Coordenadas das estações geodesicas.*—Determinação dos azimuths, latitudes e longitudes.—Calculo das coordenadas geographicas d'uma estação em funcção dos mesmos elementos n'outra estação.—Distancias á meridiana e á perpendicular.

6. *Fórma e grandeza da terra.*—Medida d'um arco de meridiano ou de parallelo.—Formulas e dados numericos applicaveis ao ellipsoide terrestre.—Achatamento da terra.—Determinação do metro.—Determinação da figura da terra deduzida das operações geodesicas.

7. *Nivellamento geodesico.*—Refracção geodesica.—Nivellamento trigonometrico.—Nivellamento de precisão.—Nivellamento barometrico.

8. *Projecções cartographicas.*—Projecção estereographica.—Projecção por desenvolvimento.

SEGUNDA PARTE

TOPOGRAPHIA

a) PLANIMETRIA

1. *Noções preliminares.*—Limites da geodesia e da topographia.—Definições e principios.

2. *Methodos geraes de levantamento das plantas.*—Methodos geometricos.—Methodo trigonometrico.—Cartas topographicas.—Orientação.

3. *Alinhamentos.*—Traçado dos alinhamentos.—Medida directa e indirecta dos alinhamentos.—Instrumentos empregados.

4. *Traçado e medida dos angulos.*—Traçado dos angulos.—Instrumentos empregados.—Medida dos angulos.—Bussolas.—Goniometros.—Goniographos.

5. *Traçado das plantas.*—Methodo graphico e methodo numerico.—Traçado das rectas e dos angulos.—Curvas de concordancia.—Calculo das coordenadas.—Régua de calculo.—Copia e reducção das plantas.—Escalas.

b) ALTIMETRIA

1. *Methodos geraes de nivellamento.*—Methodo geometrico.—Methodo trigonometrico.—Methodo barometrico.—Instrumentos empregados no nivellamento.—Practica do nivellamento.—Sondagens.

2. *Figurado do terreno.*—Traçado das curvas de nivel.—Representação graphica do relevo das superficies.

3. *Instrumentos de planimetria e nivellamento.*—Theodolito.—Tacheometro.—Omnimetro.

4. *Estudos d'estradas e caminhos de ferro.*—Methodo por perfis longitudinal e transversaes.—Methodo tacheometrico.—Traçado definitivo.

c) LEVANTAMENTOS SUBTERRANEOS

1. Methodo geral.
2. Traçado e medida dos alinhamentos.

*

3. Medida dos angulos.—Instrumentos empregados.
4. Nivellamento subterraneo.
5. Operações topographicas necessarias para a abertura das galerias, tunneis e poços.
6. Orientação das plantas das minas.
7. Traçado das plantas subterraneas.
8. Representação graphica dos trabalhos das minas.
9. Cartas mineiras.

d) AGRIMETRIA

Cadastro.—Problemas d'agrimetria.

N. B. A exposição do ***methodo dos menores quadrados*** e do ***calculo das probabilidades*** fica incluida no programma da 2.ª cadeira.

VI CADEIRA — **Physica**

Lente *Dr. Adriano de Paiva* (seis horas semanaés)

PRIMEIRA PARTE

(16 LIÇÕES)

LIÇÃO 1.ª

Preliminares

Definições. — Sciencias dos objectos e sciencias dos phenomenos. — Collocação da physica propriamente dicta no quadro geral dos conhecimentos.— Leis e theorias physicas. — Representação algebrica das leis physicas. Exemplificações. — Representação graphica ou geometrica das leis physicas. Emprego das curvas e do methodo dos planos cotados. Apparelhos registradores. — Combinação d'estes modos de representação para chegar ao estabelecimento das leis. — Hypotheses: seu emprego, valor, importancia e escolha.

LIÇÃO 2.ª

Noções de mechanica. — Do movimento

Mechanica e suas divisões.— Cinematica. Differentes especies de movimento. — Movimento uniforme e movimento variado. — Movimento rectilineo uniformemente variado. — Translação e rotação. Movimento helicoidal. — Composição dos movimentos. Parallelogrammo das velocidades. Parallelogrammo das accelerações.

LIÇÃO 3.ª

Da força

Primeira noção da força. — Leis fundamentaes da mechanica. Lei da inercia. Principio de Gallileu. Consequencias. — Força resultante e forças

componentes. — Parallelogrammo, parallelipipedo e polygono das forças. — Momentos das forças. — Composição de forças parallelas no mesmo ou em differente sentido. — Centro de forças parallelas.

LIÇÃO 4.ª

Continuação das noções de mechanica

Binarios ou conjugados de forças. — Theoria dos binarios. — Composição dos binarios. — Composição das forças applicadas a um solido. — Condições d'equilibrio de um corpo solido. — Theoria do movimento curvilineo. Caso do movimento circular uniforme. — Lei da acção e reacção. Choque dos corpos.

LIÇÃO 5.ª

Machinas em geral. — Unidades mechanicas

Machinas simples e compostas. — Condições d'equilibrio na alavanca e no plano inclinado. — Trabalho mechanico e força viva. — Theorema das forças vivas. — Principio da transmissão do trabalho. Resistencias passivas. Rendimento. Impossibilidade do movimento perpetuo. — Medida das grandezas mechanicas. Unidades que têm sido adoptadas. Unidades mechanicas do systema C. G. S.

LIÇÃO 6.ª

Machinas que a physica emprega em diversas medições

Importancia da medição rigorosa. Micrometria. — Noticia geral sobre o espherometro, comparador, cathetometro e machinas de dividir. — Balanças. Theoria da balança de precisão.

LIÇÃO 7.ª

Gravidade

Determinação experimental das leis da queda dos corpos. — Peso. Centro de gravidade. — Equilibrio dos solidos apoiados ou suspensos. Condições d'estabilidade. — Movimento dos projectis.

LIÇÃO 8.ª

Pendulo

Pendulo simples e composto. — Determinação da intensidade da gravidade. — Outras applicações do pendulo. — Movimentos periodicos em geral. — Formula fundamental do movimento vibratorio.

LIÇÃO 9.ª

Attracção universal

Causas que fazem variar a intensidade da gravidade. — Attracção ou gravitação planetaria deduzida das leis de Kepler. Sua identidade com a gravidade. — Attracção universal. — Experiencias de Bouguer, Maskeline, Airy e outros. — Balança de Cavendish.

LIÇÃO 10.ª

Elasticidade

Modo de conceber a elasticidade em todos os corpos. — Propriedade geral da compressibilidade. Sua demonstração para os liquidos; piezometros. — Formas particulares da elasticidade privativas do estado solido. — Leis da elasticidade por tracção, torsão e flexão. — Limites de elasticidade. — Tenacidade. — Applicações.

LIÇÃO 11.ª

Hydrostatica

Liquidos considerados independentemente da acção da gravidade. — Principio de Pascal. — Distribuição das pressões nos liquidos pesados. — Composição das pressões exercidas sobre uma superficie qualquer no seio d'um liquido. — Resultante da totalidade das pressões exercidas pelos liquidos sobre os vasos. Resultante das pressões exercidas sobre um corpo mergulhado no liquido; principio d'Archimedes. — Theoria da fluctuação nos liquidos e suas applicações.

LIÇÃO 12.ª

Capillaridade

Phenomenos capillares em geral. — Influencia das attracções moleculares sobre a distribuição das pressões nos liquidos. Pressão molecular. Differente fórma da superficie terminal e sua influencia sobre o valor d'esta pressão. Explicação das differenças de nivel. — Formula de Laplace. — Experiencias de Plateau. — Differentes phenomenos devidos á capillaridade.

LIÇÃO 13.ª

Pneumostatica

Caracteres do estado aeriforme. — Extensão aos gazes dos principios fundamentaes da hydrostatica. — Differenças entre as duas ordens de fluidos. — Gazes sujeitos á acção da gravidade. — Aerostatos. — Pressão atmospherica. Barometria.

LIÇÃO 14.ª

Lei de Mariotte

Differentes enunciados da lei de Mariotte.--Sua demonstração experimental. Experiencias de Boyle, Mariotte, Oersted e Swendsen, Despretz, Pouillet, Dulong e Arago, Regnault, Natterer, Cailletet. — Consequencias theoricas e práticas. — Misturas gazosas. — Manometros. Volumenometro.

LIÇÃO 15.ª

Machinas de rarefacção e compressão do ar

Machina pneumatica ordinaria. — Vantagens da machina de dous corpos de bomba.--Impossibilidade de realisar o vacuo perfeito. Aperfeiçoamento de Babinet.—Machina de Bianchi.—Machina de Deleuil.—Machinas de mercurio. — Outros apparelhos para a rarefacção do ar. — Machinas e bombas de compressão.

LIÇÃO 16.ª

Hydrodynamica

Esgoto dos liquidos. — Theorema de Torricelli. Constituição da veia liquida. — Esgoto constante. Modos diversos de o realisar. — Esgoto dos gazes. — Applicações. Noções sobre algumas machinas hydraulicas.

SEGUNDA PARTE

ACUSTICA

(6 LIÇÕES)

LIÇÃO 17.ª

Apreciação numerica dos sons

Producção e qualidades do som. — Methodos e apparelhos empregados para medir o numero de vibrações. — Apparelhos registradores. Phonautographo. Phonographo. — Limites de perceptibilidade. — Leis numericas da consonancia, ou theoria physica da musica.

LIÇÃO 18.ª

Modo e velocidade de propagação do som

Propagação das vibrações em um cylindro indefinido. Vibrações longitudinaes e transversaes. — Propagação em um meio indefinido. Seu mechanismo. Variação da intensidade com a distancia. — Reflexão e refracção

sonora. — Velocidade do som dada theoricamente. Sua determinação experimental.

LIÇÃO 19.ª

Vibrações longitudinaes

Propagação das vibrações em um cylindro limitado. Reflexão com ou sem mudança de signal. — Tubos sonoros. — Leis de Bernouilli. — Experiencias para verificação d'estas leis. Causas do desaccôrdo. — Methodos de Dulong e Wertheim para determinar a velocidade do som. — Vibrações longitudinaes das varas e das cordas.

LIÇÃO 20.ª

Vibrações transversaes

Cordas vibrantes. — Leis das vibrações transversaes das cordas suppostas perfeitamente flexiveis. — Verificações experimentaes; sonometro. — Influencia da rigidez. — Relação entre as vibrações longitudinaes e transversaes das cordas. — Vibrações transversaes da vara elastica. Suas leis. — Diapasão.

LIÇÃO 21.ª

Vibrações compostas

Sobreposição de duas vibrações isochronas. Differentes modos de a realisar. — Vibrações das placas e das membranas. — Figuras de Chladni. Sua explicação. — Composição das vibrações de differente duração. Pulsações sonoras. — Sons resultantes; sua causa. — Composição das vibrações rectangulares.

LIÇÃO 22.ª

Analyse e synthese dos sons

Analyse dos sons. — Sons compostos. Fórma da vibração. Timbre. Decomposição do som pelo ouvido. Analyse pelos resoadores de Helmholtz combinados com as chammas manometricas de Kœnig. — Synthese dos sons. — Explicação dos phenomenos da voz. — Mechanismo da audição.

TERCEIRA PARTE

CALOR

(13 LIÇÕES)

—

LIÇÃO 23.ª

Instrumentos para a apreciação do calor

Thermometria. — Definição rigorosa de temperatura. — Differentes especies de thermometros. — Calorimetria. — Unidade prática de calor ou calo-

ria. Calor especifico.--Differentes especies de calorimetros. — Emprego geral d'estes apparelhos.

LIÇÃO 24.ª

Dilatação dos corpos pelo calor

Dilatação dos solidos. — Determinação experimental do coefficiente de dilatação linear. Apparelhos de Lavoisier e Laplace, e de Ramsden. — Dilatação absoluta e apparente dos liquidos. Dilatação absoluta do mercurio. Experiencias de Dulong e Petit. Experiencias de Regnault.

LIÇÃO 25.ª

Dilatação dos corpos pelo calor (continuação)

Dilatação apparente do mercurio. Thermometro de peso. — Dilatação de solidos e liquidos quaesquer. Dilatação da agua. Maximum de densidade. — Dilatação dos gazes. Primeiras experiencias. Lei de Gay Lussac. Experiencias de Regnault. — Thermometro de ar.

LIÇÃO 26.ª

Avaliação rigorosa das densidades

Correcções da pesagem ordinaria. -- Exposição e modo de correcção dos processos empregados na determinação das densidades dos solidos e liquidos.--Areometros de volume variavel. Alcoometro de Gay Lussac.—Densidade dos gazes. -- Methodo de Regnault.-- Peso d'um dado volume de gaz.

LIÇÃO 27.ª

Natureza do calor

Hypotheses sobre a natureza do calor. — Theoria thermodynamica. — Transformação do trabalho em calor. — Transformação do calor em trabalho. — Equivalente mechanico do calor. Processos de determinação. — Significação do segundo principio da thermodynamica.—Explicação d'alguns phenomenos. — Interpretação dos estados dos corpos. Constituição thermomechanica dos gazes. -- Materia radiante.

LIÇÃO 28.ª

Calores especificos

Determinação dos calores especificos dos solidos e liquidos. — Calor especifico dos gazes a pressão constante. Experiencias de Delaroche e Berard. Indicação dos resultados das experiencias de Regnault.—Calor especi-

fico dos gazes a volume constante. Experiencia de Clement e Desormes. — Leis dos calores especificos; sua interpretação theorica.

LIÇÃO 29.ª

Fusão e solidificação

Passagem dos solidos ao estado liquido. Leis da fusão. — Leis da solidificação. — Variações dos pontos de fusão e de solidificação. Superfusão. Mudança de volume durante a fusão. — Fusão das ligas. — Allotropia. — Regelação e sua theoria. — A fusão é um trabalho; seu equivalente em calor.

LIÇÃO 30.ª

Identidade dos gazes e dos vapores

Dos vapores no vacuo. —Vapores não saturantes ou não saturados. -- Vapores saturantes ou saturados. Propriedade das paredes frias. — Medida da tensão maxima dos vapores: 1.° entre 0° e 100°; 2.° abaixo de 0°; 3.° a temperaturas quaesquer. Indicação das experiencias de Regnault. Resultados. Applicações.—Continuidade do estado liquido e gazoso.—Liquifacção dos gazes.

LIÇÃO 31.ª

Formação dos vapores

Evaporação e ebullição. — Formula de Dalton sobre a evaporação. — Frio produzido pela evaporação. — Evaporação em um espaço limitado. — Misturas de gazes e vapores. — Peso do ar humido. — Ebullição: suas leis. Marmita de Papin. Variações anormaes do ponto d'ebullição.--Phenomenos produzidos nos vasos muito quentes.

LIÇÃO 32.ª

Calor de vaporisação.— Densidade dos vapores

A vaporisação é um trabalho; seu equivalente em calor. — Determinação do calor de vaporisação. Calorimetro de mercurio de Favre e Silbermann. Calor de vaporisação da agua. — Determinação da densidade dos vapores. Processos de Gay Lussac, Hofmann, Dumas, Sainte-Claire Deville e Troost. -- Densidade theorica dos gazes e dos vapores.

LIÇÃO 33.ª

Conductibilidade calorifica

Como se propaga o calor atravez dos corpos.--Conductibilidade em um muro homogeneo de faces extremas indefinidas. — Coefficientes de conducti-

bilidade. Sua medida. — Caso da barra alongada. Lei de Lambert. — Conductibilidade dos liquidos e dos gazes. Convexão.

LIÇÃO 34.ª

Applicações do calor aos phenomenos naturaes

Hygrometria. — Problema fundamental da hygrometria.—Modos experimentaes de o resolver. Hygrometros. — Meteoros aquosos. — Movimentos da atmosphera e dos mares. — Calor solar. Sua medida. Hypotheses sobre a origem do calor solar.

LIÇÃO 35.ª

Machinas thermicas

Historia e descripção da machina a vapor. — Locomotivas. — Theoria da machina a vapor. — Outras machinas thermicas.—Origem da força animal. -- Trabalho chimico dos vegetaes.

QUARTA PARTE

OPTICA

(18 LIÇÕES)

LIÇÃO 36.ª

Propagação da luz em um meio homogeneo. Sua velocidade

Luz. Hypotheses sobre a sua natureza. -- Ondas e raios luminosos. — Lei da propagação rectilinea. —Theoria da sombra e da penumbra. Imagens atravez de pequenas aberturas. — Determinação da velocidade de propagação da luz no vacuo e em meios differentes. Methodos de Rœmer, Bradley, Fizeau, Foucault.

LIÇÃO 37.ª

Reflexão da luz

Leis da reflexão da luz: reflexão regular e irregular. — Espelhos planos. — Imagens d'um ponto e d'um objecto; deslocamento pelo movimento do espelho. — Reflexão em dous espelhos inclinados. Numero das imagens. Kaleidoscopios.--Reflexão nos espelhos parallelos.—Goniometros de reflexão. — Heliostatos.

LIÇÃO 38.ª

Espelhos curvos

Espelhos esphericos; definições. — Foco principal e focos conjugados no espelho concavo de pequena abertura. — Espelhos conjugados. — Deduc-

ção e discussão da formula que liga as distancias focaes conjugadas com o raio de curvatura. — Eixo principal e eixos secundarios. Imagens. — Espelho convexo. — Aberração de esphericidade: causticas de reflexão. — Espelhos parabolicos. Espelhos conicos e cylindricos. Anamorphoses.

LIÇÃO 39.ª

Refracção da luz

Leis de Descartes sobre a refracção. — Indice de refracção: absoluto e relativo; directo e inverso. Angulo limite. Reflexão total. Miragem. — Interpretação das leis da reflexão theorica e da refracção no systema da emissão. Sua insufficiencia e contradicção com a experiencia. Explicação pelo systema das ondulações.

LIÇÃO 40.ª

Refracção nos meios terminados por planos

Refracção da luz nos meios de faces parallelas. — Refracção nos meios de faces obliquas. — Formulas fundamentaes do prisma. Limite de emergencia. Circumstancias que influem sobre a grandeza e sentido do desvio. — Desvio minimo. — Methodos para a determinação dos indices de refracção nos solidos, liquidos e gazes.

LIÇÃO 41.ª

Lentes

Refracção nos meios terminados por superficies curvas. — Differentes especies de lentes. — Focos na lente biconvexa. — Formula das lentes; sua deducção e discussão. — Centro optico. — Eixo secundario. — Imagens. — Lente biconcava e outras. — Aberração de esphericidade: causticas de refracção. — Laryngoscopio.

LIÇÃO 42.ª

Espectrologia

Decomposição da luz solar. — Espectro luminoso. — Ideias de Newton. Desegual refrangibilidade das côres; sua recomposição. Mistura das côres. — Riscas de Frauenhofer. — Spectroscopio. — Espectro calorifico. Apparelho de Melloni. — Espectro chimico. Actinometria.

LIÇÃO 43.ª

Transmissão das radiações

Primeiro caso; raios simples. — Formula theorica. Transmissão da luz atravez dos corpos; transmissão nos gazes. Transmissão dos raios calorifi-

cos e chimicos medios. Transmissão dos calores obscuros. Transmissão dos raios ultra-violetas. — Segundo caso; fasciculos complexos. — Experiencias de Melloni. -- Reflexão e diffusão das radiações.

LIÇÃO 44.ª

Emissão das radiações

Lei geral da emissão. — Emissão dos calores obscuros. — Comparação dos poderes emissivos. Influencia da temperatura. Velocidade do resfriamento. — Emissão da luz. — Photometria. Unidades photometricas. Differentes especies de photometros. Poder illuminante. Photometria chimica. — Espectros de differentes luzes. — Analyse espectral.

LIÇÃO 45.ª

Absorpção e transformação das radiações

Poder absorvente; lei de Leslie. Applicação ás chammas gazosas: inversão das riscas no espectro. — Constituição chimica dos corpos celestes. — Transformação das radiações absorvidas. — Phosphorescencia e fluorescencia.

LIÇÃO 46.ª

Photochimica

Transformação em trabalho chimico das radiações absorvidas pelos corpos. — Acções reductoras e oxidantes. — Effeitos sobrepostos. — Substancias impressionaveis e reveladoras. — Acção sobre os vapores. — Acção dos raios simples. — Heliochromia. — Acção da luz sobre as folhas das plantas. — Photographia.

LIÇÃO 47.ª

Instrumentos opticos

Primeira cathegoria d'instrumentos opticos. — Microscopio simples. — Camara escura. — Camara clara. — Lanterna magica. — Microscopio solar. — Pharoes. — Do olho humano como instrumento optico. Visão.

LIÇÃO 48.ª

Continuação dos instrumentos opticos

Theoria geral dos instrumentos opticos compostos. — Diaphragma. Campo. Eixo optico. Reticulo. Tiragem. — Amplificação. — Claridade. — Oculos. — Telescopios. -- Microscopio composto.

LIÇÃO 49.ª

Interferencias

Principio das interferencias. — Experiencia dos dous espelhos. Leis do phenomeno. Diversos modos de produzir a interferencia. Explicação das interferencias pela theoria das ondulações. — Diffracção; fendas estreitas; sombra d'um cabello. — Anneis corados. Sua theoria.

LIÇÃO 50.ª

Polarisação e direcção das vibrações

Propriedades dos raios polarisados. — Dupla refracção. Polarisação do raio ordinario. Lei de Malus. Polarisação do raio extraordinario. Turmalina. —Direcção das vibrações luminosas. — Reflexão e refracção da luz polarisada.--Raio reflectido; angulo de polarisação. Lei de Brewster. Polarisação pela refracção.

LIÇÃO 51.ª

Dupla refracção uniaxial

Theoria da dupla refracção uniaxial. — Constituição dos crystaes. — Construcção de Huyghens. — Verificações experimentaes. — Applicações. Prismas de Rochon e de Wollaston. Prisma de Nicol.

LIÇÃO 52.ª

Vibrações ellipticas

Theoria geral das vibrações ellipticas. — Analysador. — Vibrações circulares. — Côres das laminas delgadas crystallisadas. — Caso d'uma lamina normal ao eixo.

LIÇÃO 53.ª

Rotação do plano das vibrações

Polarisação rotatoria. Leis do phenomeno. Côr sensivel. — Theoria de Fresnel. — Poder rotatorio molecular. — Saccharimetria. — Relação entre o poder rotatorio e a fórma crystallina.

QUINTA PARTE

ELECTRICIDADE E MAGNETISMO

(21 LIÇÕES)

LIÇÃO 54.ª

Natureza e producção da electricidade

Factos geraes. Conductores e isoladores; reservatorio commum. — Existencia de dous estados electricos; separação pelo attrito. — Hypotheses sobre a natureza da electricidade. — Electricidade estatica e dynamica. — Machinas electricas fundadas sobre o attrito. — Experiencias diversas.

LIÇÃO 55.ª

Leis das acções electricas

Leis das attracções e repulsões. — Balança de Coulomb. — Methodo das oscillações. — Experiencias de Harris. — Leis da perda da electricidade. Perda pelo ar. Experiencias de Matteucci. Perda pelos isoladores. — Leis da distribuição electrica á superficie dos corpos conductores. — Methodo do plano de prova. Causas d'erro. Resultados. Poder das pontas.

LIÇÃO 56.ª

Influencia electrostatica

Estudo experimental da influencia. Influencia sobre um conductor no estado natural. Caso d'um conductor electrisado; electroscopio de folhas de ouro. Caso dos corpos maus conductores. — Theoria da faisca electrica. — Movimento electrico dos corpos leves. — Machinas electricas fundadas sobre a influencia electrostatica.

LIÇÃO 57.ª

Potencial electrico

Potencial de um conductor electrisado. Definição experimental. — Definição mathematica do potencial electrico em um ponto. — Propriedades do potencial. — Potencial de um ponto relativamente a um systema qualquer de massas electricas. — Superficies equipotenciaes. — Linhas de força. — Potencial dos conductores electrisados. — Potencial da terra. — Equilibrio electrico sobre um conductor. — Capacidades electricas. — Equilibrio entre diversos conductores. — Theoria da influencia electrostatica.

LIÇÃO 58.ª

Medida dos potenciaes. — Condensação electrica

Determinação experimental dos potenciaes electricos. — Breve noticia sobre os principaes electrometros. — Condensação da electricidade. — Estudo experimental d'este phenomeno. — Theoria da condensação. — Poder condensante. — Medida das capacidades. — Influencia dos dielectricos.

LIÇÃO 59.ª

Electricidade atmospherica

Instrumentos para a observação da electricidade da atmosphera. — Factos geraes. — Electricidade das nuvens. — Origens da electricidade atmospherica. — Relampago. — Trovão. — Raio e suas particularidades. Pára-raios. — Digressão sobre outros phenomenos luminosos da atmosphera.

LIÇÃO 60.ª

Corrente electrica

Causas que podem produzir uma differença de potencial. Definição de força electro-motriz. — Corrente electrica: maneira de conceber a sua propagação nos conductores solidos. — Intensidade da corrente. — Primeiras ideias sobre o modo de a avaliar. — Experiencia de Oersted. Galvanometro. — Thermo-electricidade. Elementos e pilhas thermo-electricas. — Hydro-electricidade. Correlação entre a producção da corrente e o exercicio da actividade chimica. Hypotheses electro-chimicas. Maneira de conceber a propagação da corrente nos liquidos.

LIÇÃO 61.ª

Electrolyse

Condições de producção dos phenomenos electrolyticos. — Effeitos da passagem da corrente atravez da agua e de outras cathegorias de compostos. — Acção principal e acções secundarias. — Phenomenos de transporte. — Theorias de Grotthus e de Clausius. — Leis da electrolyse; lei de Faraday. Quantidade de electricidade. Voltametro. — Applicações geraes da electrolyse. Galvanoplastia, douradura e prateamento.

LIÇÃO 62.ª

Pilhas hydro-electricas

Historia das primeiras pilhas. Pilha de Volta e suas principaes modificações. — Causas do enfraquecimento da corrente. Processos propostos para

as evitar. — Classificação das pilhas actualmente conhecidas. — Principaes pilhas de um liquido sem despolarisante; de um liquido com despolarisante solido ou liquido; de dous liquidos. — Pilhas de gazes. — Pilhas seccas. — Pilhas secundarias. Accumuladores electricos.

LIÇÃO 63.ª

Leis de Ohm

Demonstração experimental das leis de Ohm para o caso das pilhas thermo-electricas. — Conductores equivalentes. Comprimento reduzido. Resistencia. — Caso das pilhas hydro-electricas. — Digressão sobre as bussolas dos senos e das tangentes e outros apparelhos galvanometricos. — Formula geral exprimindo a intensidade da corrente na força electro-motriz e na resistencia total. — Discussão. — Modos de associação dos elementos d'uma pilha. — Derivação das correntes: theoremas de Kirchhoff.

LIÇÃO 64.ª

Unidades electricas. — Medida das constantes das pilhas

Indicação geral do systema de unidades adoptadas na medida das principaes grandezas electricas. — Definição do *ohm*, do *ampère*, do *volt*, do *coulomb* e do *farad*. Multiplos e submultiplos. — Exposição succinta dos principaes methodos empregados para a medida das resistencias e das forças electro-motrizes. Resultados.

LIÇÃO 65.ª

Leis de Joule

Medida do calor desenvolvido nos conductores. — Temperatura do circuito. — Temperaturas nas soldaduras d'um circuito. — Arco voltaico. — Principaes systemas de illuminação pela electricidade.

LIÇÃO 66.ª

Leis d'Ampère

Acções reciprocas das correntes. — Correntes parallelas. — Correntes angulares. — Porções d'uma mesma corrente rectilinea. — Correntes sinuosas. — Effeito d'uma mudança de sentido. — Corrente terrestre. Propriedades d'uma corrente indefinida. Acção da terra sobre as correntes. — Solenoides.

LIÇÃO 67.ª

Theoria e constituição dos magnetes

Analogias entre os magnetes e os solenoides. Theoria de Ampère sobre a constituição dos magnetes. — Acção das correntes sobre os magnetes. —Influencia magnetica.—Processos de magnetisação pela influencia dos magnetes.— Magnetisação pela terra. — Magnetisação pelas correntes. — Electro-magnetes.

LIÇÃO 68.ª

Avaliação das acções magneticas

Leis das attracções e repulsões magneticas. Methodo das oscillações. Methodo da balança de torsão. — Distribuição do magnetismo. — Substancias magneticas e diamagneticas; explicação do diamagnetismo.

LIÇÃO 69.ª

Magnetismo terrestre

Binario terrestre. Definição da inclinação e declinação. — Medida da declinação; principaes modelos das bussolas de declinação. — Medida da inclinação; bussola de inclinação. — Intensidade magnetica. — Estado magnetico do globo. — Calculo da intensidade e da inclinação. — Equador, meridianos e parallelos magneticos. Linhas sem declinação. Variações da declinação e da inclinação.

LIÇÃO 70.ª

Correntes de inducção

Inducção pelas correntes e pelos magnetes. — Inducção pela terra. — Lei de Lenz. — Inducção nas massas metallicas: magnetismo de rotação.— Self-inducção ou inducção d'uma corrente sobre si mesma. — Correntes induzidas de diversas ordens. — Inducção pela electricidade estatica.

LIÇÃO 71.ª

Machinas de inducção voltaica

Leis sobre as quantidades d'electricidade e sobre as forças electro-motrizes das correntes de inducção. — Machina de inducção de Ruhmkorff. Partes diversas de que se compõe e principaes aperfeiçoamentos. Effeitos geraes. Estratificações. Acções magneticas. — Indicação de alguns apparelhos volta-faradicos para usos medicos.

LIÇÃO 72.ª

Machinas dynamo-electricas

Noções geraes sobre os diversos systemas de machinas dynamo-electricas. — Machinas magneto-electricas de Pixii e de Clarke. — Modificações para usos medicos. Machina de Nollet. — Bobina de Siemens. Machina de Wilde. — Emprego da armadura induzida em forma de annel. Machinas de Gramme; progressos que realisam. Auto-excitação. Reversibilidade.

LIÇÃO 73.ª

Motores e telegraphos electricos

Indicação d'alguns motores electricos. Sua theoria. — Telegraphia electrica. Partes componentes d'um telegrapho electrico.— Systema Breguet. — Telegrapho escrevente de Morse. — Progressos recentes da telegraphia.

LIÇÃO 74.ª

Applicações differentes da electricidade

Telephonia electrica. Principios em que se fundam os telephones mais usados. Microphones. — Applicação da electricidade ao transporte da força a distancia. — Transmissão electrica dos effeitos luminosos, ou telescopia electrica. — Outras applicações da electricidade.

VII Cadeira — **Chimica inorganica**

Lente: *Dr. José Diogo Arroyo.* 8 horas semanaes

PRIMEIRA PARTE

CHIMICA INORGANICA GERAL

I. NOÇÕES GERAES

1. *Preliminares.* — Phenomenos, leis e theorias.—Objecto da chimica inorganica e da chimica organica; unidade da chimica. Da acção chimica, principaes categorias de phenomenos chimicos: combinações directas e indirectas, immediatas e provocadas, limitadas e illimitadas, instantaneas e lentas; reacções exothermicas e endothermicas. — Especies chimicas; propriedades organolepticas, physicas e chimicas servindo para as definir; mixto e composto. — Analyse e synthese.

*

2. *Classificação das especies chimicas.* — Os elementos. — Os corpos compostos; funcções chimicas dos compostos mineraes.

3. *Nomenclatura chimica.*

4. *Leis numericas.* — 1. Lei da conservação da materia. — 2. Lei das proporções definidas. — 3. Lei das proporções multiplas. — 4. Lei dos numeros proporcionaes ou da proporcionalidade. — 5. Lei dos volumes: consequencias importantes da Lei de Gay-Lussac, relativas ás densidades gazosas e aos numeros proporcionaes. — 6. Lei dos calores especificos. — 7. Lei das decomposições electrolyticas de Faraday. — 8. Lei do isomorphismo.

Consequencias d'estas leis: Numeros proporcionaes em peso; unidades adoptadas; importancia para a fixação das formulas chimicas. — Numeros proporcionaes em volume; formulas geraes; unidades adoptadas; volume gazoso occupado pelo numero proporcional em peso e pela unidade de peso; calculo theorico do peso do litro dos diversos gazes. Densidades theoricas.

5. *Formulas e equações chimicas.* — Formulas chimicas baseadas na noção de numero proporcional e nas leis geraes. Determinação das formulas empiricas. Equações chimicas; regras para a determinação dos coefficientes numericos das equações chimicas. Applicações das equações chimicas, em especial para os gazes. Deduzir o volume de um gaz da equação da reacção que o produziu.

7. *Theoria atomica e dos equivalentes.* — Equivalentes dos corpos simples. Equivalente dos corpos compostos. Volume gazoso occupado pelo peso equivalente. — Pesos atomicos. Pesos moleculares. Volume molecular, formulas geraes. Densidades de vapor; densidades anormaes. — Subsidios que os dados da theoria atomica fornecem ás hypotheses sobre a constituição da materia. — Comparação da theoria dos equivalentes com a theoria atomica. — Transformação das formulas equivalentes em atomicas e vice-versa. — Valencia e atomicidade dos elementos.

8. *Causas que facilitam e determinam as acções chimicas.* — Acção do calor, dos agentes mecanicos (compressão, percussão, attrito) e dos agentes chamados de contacto. — Acção da electricidade. — Acção da luz. — Influencia de acções chimicas simultaneas.

9. *Noções de mecanica chimica.* — *Principios geraes de thermo-chimica.* Affinidade chimica. Os tres principios fundamentaes da thermo-chimica segundo Berthelot. Consequencias principaes do principio dos trabalhos moleculares. Importancia do principio do trabalho maximo: reacções completas e incompletas.—Applicação das leis de thermo-chimica á previsão das reacções dos acidos, bases e saes sobre os saes; leis de Berthollet e seu valor.

Apparelhos e methodos calorimetricos. — Calorimetro de Berthelot. Detonador ou bomba calorimetrica. Exemplos de algumas operações de calorimetria chimica.

Dissociação. Estudo especial do phenomeno da dissociação.

Isomeria. Isomeria, especialmente a allotropia.

10. *Classificação dos metalloides e dos metaes.* Classificação dos metalloides por Dumas. Classificação dos metaes por Thénard, e classificação natural. Bases da classificação de Mendelejeef.

II. ESTUDO PARTICULAR DOS METALLOIDES

1. *Hydrogenio. Chloro, Bromo, iodo e fluor.* Estado natural, propriedades, preparação d'estes metalloides, e suas principaes applicações. Resenha dos principaes dos seus compostos.

2. *Oxygenio e ozono. Enxofre, selenio e tellurio.* Estado natural, preparação, propriedades e applicações d'estes metalloides. Principaes compostos.

3. *Azoto. (Ar atmospherico). Phosphoro, arsenio e antimonio.* Estado natural, extracção, propriedades e applicações d'estes corpos. Principaes compostos.

4. *Boro.—Carbono e silicio.* Estado natural, preparação, propriedades e applicações d'estes corpos. Principaes compostos.

III. COMPOSTOS DOS METALLOIDES COM O HYDROGENIO

1. *Acidos chlorhydrico, bromhydrico, iodhydrico e fluorhydrico.* — Generalidades sobre estes compostos. Estado natural, preparação, propriedades, usos e applicações.

2. *Agua e agua oxigenada. Acido sulfhydrico e per-sulfureto de hydrogenio; acidos selenhydrico e tellurhydrico.*— Generalidades sobre estes compostos. Preparação, propriedades e applicações dos principaes.

3. *Compostos hydrogenados dos metalloides da familia do azoto; e hydrogenio siliciado.* — Generalidades. — Ammoniaco, estado natural, producção e preparação; purificação; propriedades e principaes applicações. — Phosphamina e outros phosphoretos de hydrogenio. — Hydrogenio arseniado; processo de Marsh para a indagação do arsenio. — Hydrogenio antimoniado. — Hydrogenio siliciado.

IV. COMPOSTOS DOS METALLOIDES COM O OXYGENIO E COM OS OUTROS METALLOIDES

1. *Combustão.* — Temperatura e calor de combustão. Constituição das chammas: combustões lentas e vivas; applicações mais importantes.

2. *Compostos oxygenados do chloro, do bromo e do iodo.*

3. *Compostos oxygenados do enxofre e dos metalloides da 2.ª familia.*—Generalidades. Acidos sulfuroso e sulfurico. Acidos polythionicos. Chloretos e oxy-chloretos de enxofre.

4. *Compostos oxygenados do azoto.* Generalidades. Prot'oxydo de azoto. — Acido hypo-azotoso. — Bi-oxydo de azoto.—Acido azotoso.—Per-oxydo de azoto.—Acido azotico anhydro, mono-hydratado e tetra-hydratado.—Acido per-azotico. — Hydroxylamina. — Chloretos, brometo, iodeto e sulfureto de azoto. Oxy-chloretos e oxy-brometos d'azoto.

5. *Compostos oxygenados do phosphoro, do arsenio e do antimonio.* — Acidos hypo-phosphoroso, phosphoroso, phosphatico e phosphorico. Chloretos, brometos e iodetos de phosphoro; oxy-chloreto de phosphoro.— Acidos arsenioso e arsenico. — Sulfuretos de arsenio e seus usos. — Acido

antimonioso; oxydo intermedio de antimonio; acido antimonico. — Tri-chloreto, penta-chloreto e oxy-chloreto de antimonio. Sulfuretos e oxy-sulfuretos de antimonio; kermes mineral.

6. *Compostos oxygenados do boro.—Compostos oxygenados do carbono e do silicio.* Acido borico anhydro. Acido meta-borico, pyro-borico e ortho-borico. Fluoreto de boro. — Oxydo de carbono. Acido carbonico. Sulfureto de carbono. — Silica anhydra; hydratos do acido silicico. — Chloreto e fluoreto de silicio e acido fluo-silicico.

V. ESTUDO PARTICULAR DOS METAES

1. *Generalidades.* — Estado natural. Metallurgia em geral. Propriedades physicas dos metaes. Propriedades chimicas. — Ligas.

2. *Metaes alcalinos.* — Generalidades. Potassio e sodio; estado natural, extracção, propriedades, applicações e principaes compostos. Breves noções sobre o lithio, rubidio, cœsio e thallio.

2. *Prata.* Estado natural; preparação e purificação, propriedades, ligas e compostos mais importantes.

4. *Ammonio. Baryo, stroncio e calcio.* Principaes compostos.

5. *Chumbo.* — *Magnesio, zinco, cadmio e indio.* Generalidades; estado natural; extracção, e purificação, usos e principaes ligas e compostos d'estes metaes.

6. *Ferro, nickel, cobalto, manganesio, chromo e uranio.* Generalidades. — Estudo mais detalhado do ferro. Estado natural, metallurgia, propriedades, applicações, ligas e compostos mais importantes d'este metal.

7. *Cobre e mercurio.* Estudo d'estes metaes sob os mesmos pontos de vista que os precedentes.

8. *Aluminio, glucinio, gallio,* etc. Estudo particular do aluminio.

9. *Ouro. Bismutho.*

10. *Platina e metaes da mina de platina.* Estado natural e methodo de tratamento do minerio. Platina: propriedades, applicações, ligas e compostos principaes.

11. *Estanho. Titano e zirconio.* Estudo particular do estanho.

12. *Vanadio, niobio, tantalo. Molybdeno e tungsteno.* Breves indicações.

VI. OXYDOS E HYDRATOS METALLICOS

1. *Generalidades.* — Estado natural, preparação, propriedades, e classificação dos oxydos metallicos.

2. *Alcalis e alcalis causticos.* Potassa, soda e lithina.

3. *Oxidos e hydratos alcalino-terrosos.* — Cal viva e cal apagada. Argamassas. — Baryta.

4. *Oxydos de chumbo. Oxydos de magnesio e de zinco.* — Prot'oxydo de chumbo; minio ou zarcão; bi-oxydo de chumbo. — Magnesia anhydra e hydratada. — Oxydo de zinco.

5. *Oxydos e hydratos mais importantes do ferro.* — Sesqui-oxydo de ferro.

6. *Outros oxydos metallicos.* — Bi-oxydo de manganesio. — Acido chromico; acidos chromicos condensados e mixtos, em especial o acido chlorochromico. — Oxydos cuproso e cuprico. — Oxydo mercurico. — Acidos estannicos.

VII. SAES

1. *Generalidades.* — Preparação, propriedades e classificação analytica dos saes. Acção da corrente electrica, da luz, do calor, da agua, do oxygenio, do are dos metaes sobre os saes.

2. *Chloretos.* — Generalidades. Chloreto de potassio; chloreto de sodio; chloreto de prata; chloreto de ammonio; chloreto de ammonio e de ferro; chloreto de baryo; chloreto de calcio; chloreto de magnesio; chloreto de zinco; chloreto ferrico; chloreto de manganesio; chloreto mercuroso; chloreto mercurico: chloretos de cobre; per-chloreto d'ouro; sal de Chrestien; chloreto de platina; chloreto estannoso.

3. *Brometos e iodetos.* — Generalidades. — Brometo de potassio; brometo de sodio; brometo de lithio; brometo ferroso. — Iodeto de potassio; iodeto de ammonio; iodeto de chumbo; iodeto ferroso; iodeto mercuroso; iodeto mercurico.

4. *Sulfuretos.* — Generalidades. — Potassa sulfurada e soluto de potassa sulfurada. Mono-sulfureto de sodio; soda sulfurada e suluto de soda sulfurada. Sulfureto de ammonio; sulfhydrato d'ammonio; sulfureto amarello de ammonio. Cal sulfurada e soluto de cal sulfurada. Sulfureto de zinco. Sulfuretos de ferro. Sulfuretos de mercurio.

5. *Cyanetos Fluoretos.* — Breves indicações.

6. *Azotatos. Chloratos. Perchloratos. Hyposulfatos.* — Generalidades sobre os azotatos; azotato de potassa; azotato de soda; azotato de ammonia; azotato de prata; azotato de baryta; azotato de chumbo; azotato de cobalto; azotato mercurico; sub-azotato de bismutho. — Chlorato de potassa.

7. *Azotitos. Chloritos. Hypo-chloritos. Per-iodatos. Hypo-phosphitos. Hydro-sulfitos.* — Azotito de potassa. Hypo-chloritos de soda, de potassa e de cal; chloretos descorantes. Hypo-phosphito de cal; hypo-phosphito de soda.

8. *Boratos. Bromatos. Carbonatos.* — Borax. — Generalidades sobre os carbonatos. Carbonatos de potassa. Carbonatos de soda. Carbonatos de lithina. Carbonato de ammonia. Carbonato de cal. Carbonatos de chumbo. Magnesia alva das pharmacias. Carbonato de manganez. Carbonato ferroso. Carbonato de bismutho. Carbonato de zinco. Carbonato de mercurio.

9. *Phosphatos; phosphitos.* — Generalidades sobre os phosphatos. Phosphato ammoniacal. Sal de phosphoro. Phosphato de soda. Phosphato de cal. Pyro-phosphato de soda. Pyro-phosphato de ferro e de soda.

10. *Silicatos e aluminatos.* — Silicato de potassa. Silicato de cal. Silicato de alumina hydratada. — Breve noticia sobre a composição dos vidros e dos productos ceramicos.

11. *Sulfitos* e *hypo-sulfitos*. — Sulfito de soda. Hypo-sulfito de soda.

12. *Sulfatos*. — Generalidades. — Sulfato de potassa. Sulfato de soda. Sulfato de ammonia. Sulfato de cal. Sulfato de zinco. Sulfato de magnesia. Sulfato de cadmio. Sulfato ferroso e caparrosa verde. Sulfato de sesqui-oxydo de ferro. Sulfato de manganez. Sulfato de cobre e sulfato de cobre ammoniacal. Sulfato mercurico. Alumens, especialmente o alumen ordinario.

13. *Chromatos*. *Manganatos*. *Arseniatos* e *arsenitos*. — Chromato neutro e bi-chromato de potassa. Per-manganato de potassa. Arsenito de potassa. Arseniato de potassa.

14. *Antimonitos*. *Antimoniatos*. *Estannatos*. *Molybdatos*, etc. — Antimoniato acido de potassa. Pyro-antimoniato acido de potassa. Estannato de potassa. Molybdato de ammonio.

15. *Azotetos*; *phosphoretos*. *Carbonetos*, *silicietos*. *Hydrogenetos*. — Breves indicações.

SEGUNDA PARTE

CHIMICA INORGANICA INDUSTRIAL

1. *Oxygenio* e *hydrogenio*. Methodos industriaes de extracção e principaes applicações.

2. *Agua*. Fabrico do gelo. Depuração das aguas. Distillação da agua do mar. Tratamento das aguas dos esgotos.

3. *Enxofre*. Extracção. Refinação. Applicações principaes, enxoframento das vinhas.

4. *Phosphoro*. Fabrico das accendalhas phosphoricas e outras.

5. *Sulfureto de carbono*. Fabrico, depuração; armazenagem e applicações.

6. *Acido sulfuroso*, *sulfitos* e *hyposulfitos*. Fabrico do acido sulfuroso. Usos economicos. Injecção dos cadaveres. Hyposulfitos de soda e de cal.

7. *Acido sulfurico*. Fabrico, concentração e depuração. Acido sulfurico Nordhausen. Importancia d'esta producção.

8. *Acido azotico*. Fabrico do acido azotico. Condensação.

9. *Acido borico*. Extracção industrial; depuração e applicações.

10. *Chloreto de sodio*. Extracção do sal gemma. Extracção do sal contido nas aguas do mar. Marinhas portuguezas.

11. *Acido chlorhydrico* e *sulfato de soda*. — Preparação industrial do acido chlorhydrico e do sulfato de soda. Condensação de acido chlorhydrico nos fornos de sulfato. Purificação. Applicações.

12. *Sodas naturaes* e *sodas artificiaes*. — Plantas que fornecem as sodas naturaes; extracção. Natrão. Fabrico da soda artificial. Refinação da soda. Fabrico dos crystaes de soda. Fabrico do bi-carbonato de soda. Methodos diversos de fabrico.

13. *Potassa* e *saes de potassa*. — Extracção. Potassa perlassa. Potassa

vermelha da America e outras. Caracteres e composição das potassas commerciaes. Refinação das potassas. Potassa extrahida da suarda das lans. Potassa artificial. Potassa caustica. Saes de Stassfurth. Principaes applicações das potassas e das sodas.

14. *Aluminio, alumen, sulfato de alumina. Sulfato de ferro.* — Fabrico do aluminio; propriedades e applicações usuaes. Alumen, variedades commerciaes, propriedades, estado natural, extracção e fabrico. Sulfato de alumina. Aluminato de sòda. Sulfato de ferro; composição, propriedades, preparação e applicações.

15. *Acido carbonico* e *aguas gazosas artificiaes.* — Apparelhos de Herman-Lachapelle e Glover, e de Mondallot. Vasos siphoides. Enchimento dos siphões.

16. *Chloro e chloretos descorantes. Chlorato de potassa.* Fabrico da cal chlorada secca. Preparação da cal chlorada liquida. Principaes applicações dos chloretos descorantes. — Fabrico do chlorato de potassa. Applicações. Accendalhas chimicas. Escorvas fulminantes.

17. *Iodo, bromo, iodetos e saes dos vareks.* Industria dos vareks. Fabrico dos saes e producto dos vareks. Extracção do bromo. Preparação do brometo e do iodeto de potassio. Applicações.

18. *Borax.* Borax anhydro, prismatico e octaedrico. Fabrico e refinação do borax. Applicações.

19. *Cal. Argamassas e cimentos.* — Materias primas do fabrico da cal. Fabrico da cal. — Applicações da cal gorda e da cal magra. Cal hydraulica. Fabrico da cal hydraulica artificial. Preparação dos cimentos hydraulicos. Argamassas e maçames.

20. *Gesso.* Materias primas. Theoria do fabrico do gesso. Processo de fabrico. Applicações.

21. *Vidros e crystaes.* — Variedades commerciaes de vidros e suas propriedades. — Fornos empregados para o fabrico do vidro. Decoração do vidro. — Applicações.

22. *Alvaiade de chumbo e alvaiade de zinco.* Diversos methodos de fabrico do alvaiade de chumbo. Applicações. Perigos com a manipulação do alvaiade. Alvaiade de zinco. Fabrico e applicações á pintura.

23. *Argillas e suas applicações.* Tijolos, telhas, cadinhos. Louças e porcellanas, etc.

24. *Photographia.*

APPENDICE — Materias corantes mineraes.

VIII Cadeira — **Chimica organica**

Lente *A. J. Ferreira da Silva.* Oito lições semanaes

PRIMEIRA PARTE

A. — CHIMICA ORGANICA GERAL

I. PRELIMINARES

1. *Noções geraes.* — Substancias existentes nos sêres vivos. Composição das substancias organicas. Substancias organisadas. Desenvolvimento historico da marcha seguida no estudo chimico dos compostos organicos: methodos analyticos, methodos syntheticos. Objecto e utilidade do estudo da chimica organica.

2. *Analyse elementar; formulas.* — Analyse qualitativa. Analyse quantitativa. Densidades gazosas; fundamentos dos principaes methodos empregados na sua determinação. Formulas racionaes baseadas na noção de atomicidade. Formulas de Berthelot.

3. *Classificação dos compostos organicos.* — Series homologas; funcções chimicas. Classificação por funcções (Berthelot). Divisão geral dos compostos organicos em gordos, aromaticos e de addição aromaticos.

II. CARBONETOS DE HYDROGENIO

1. *Carbonetos de hydrogenio em geral.* — Carbonetos fundamentaes. Classificação e nomenclatura dos carbonetos. Formação por analyse e por synthese.

2. *Carbonetos formenicos ou paraffinas.* — Formena ou methane. Oleos de petroleo; paraffina, vaselina, etc. Illuminação pelos compostos organicos. Chammas em geral e particularmente da lampada de Bunzen: applicações.

3. *Carbonetos ethylenicos (olefinas)* e *acetylenicos.* — Ethylena. Acetylena.

4. *Carbonetos camphenicos.* — Essencia de terebinthina. Oleos volateis ou essenciaes. Caoutchouc e gutta-perka.

5. *Carbonetos benzenicos.* — Benzina e seus homologos; constituição e isomerias. Nitrobenzina.

6. *Outros carbonetos aromaticos.* — Breves noções sobre a naphtalina e a anthracena.

III. ALCOOES

1. *Alcooes em geral.* — Classificação, nomenclatura e principaes derivados dos alcooes. Importancia d'esta funcção.

2. *Alcooes monatomicos.* — Alcool ordinario; preparação do alcool anhydro. Menção dos principaes alcooes monatomicos.

3. *Alcooes polyatomicos em geral.* — Definição, derivados e classificação dos alcooes polyatomicos.

4. *Glycerina ordinaria.*

5. *Alcooes hexatomicos e de atomicidade superior.* — Glucosas em geral e glucosa ordinaria. Mel das abelhas. Saccharoses; analyse dos assucares. — Polysaccharides: amido, dextrina, cellulosa; gommas diversas.

6. *Phenoes.* — Phenol ordinario. Acido picrico e picratos. Pyrogallol.

IV. ALDEHYDOS

1. *Aldehydos em geral.* — Definição, classificação e nomenclatura dos aldehydos. Indicação dos principaes aldehydos.

2. *Aldehydos propriamente ditos.* — Aldehydo ordinario e chloral. Aldehydo benzoico.

3. *Acetonas, quinonas e carbonylos.* — Quinona. Anthraquinona e alizarina. Camphora.

V. ACIDOS E SEUS SAES

1. *Acidos em geral.* — Definição e classificação dos acidos organicos. Indicação dos principaes.

2. *Acidos monobasicos de funcção simples.* — Acido acetico e acetatos. Acido valerico. Acido estearico. Acido oleico e sabões. Acido benzoico.

3. *Outros acidos.* — Noções sobre os acidos: oxalico, lactico, tartrico, citrico, salicylico, galhico e tannico.

VI. ETHERES

1. *Etheres em geral.* — Classificação dos etheres. Enumeração dos principaes.

2. *Etheres dos alcooes monatomicos.* — Etheres do alcool ordinario; ether ordinario e theoria da etherificação. Chloroformio, bromoformio e iodoformio. Ether methylchlorhydrico. Ether acetico.

3. *Glycerides.* — Os corpos gordos naturaes: oleos liquidos e oleos concretos ou manteigas; gorduras ou banhas e ceras. Nitroglycerina e dynamite.

4. *Glucosides e cellulosides.* — Salicina. Cellulosides nitricas: algodão-polvora, collodio.

VII. AMINAS

1. *Aminas ou alcalis organicos em geral.* — Classificação e nomenclatura dos alcalis organicos artificiaes.

2. *Aminas em particular.*—Rapido estudo da anilina e da toluidina. Importancia industrial dos seus derivados. Glycollamina.

3. *Alcalis naturaes ou alcaloides.*—Alcalis fixos e volateis: methodos de extracção e constituição.

4. *Alcaloides em especial.*—Morphina, narcotina, quinina, strychnina, nicotina, atropina, pilocarpina. Principios activos do chá, do café e do tabaco.

VIII. AMIDAS

1. *Amidas em geral.*—Definição e classificação das amidas: imidas e nitrilas. Indicação das principaes.

2. *Amidas em especial.*—Oxamida. Acido hippurico. Anil azul e branco: synthese do anil.

IX. COMPOSTOS ORGANO-METALLICOS

1. *Compostos organo-metallicos.*—Sua origem e constituição. Zincoethyla. Cacodyla.

X. SERIE CYANICA

1. *Serie cyanica em geral.*—Theorias d'esta serie.

2. *Compostos importantes da serie cyanica.*—Cyanogenio. Acido cyanhydrico. Cyanetos simples, cyanetos duplos, sulfocyanetos. Urêa.

XI. PRINCIPIOS ALBUMINOIDES

1. *Materias albuminoides em geral.*—Constituição, propriedades, reacções geraes e classificação das materias albuminoides.

2. *Albuminoides em especial.*—Estudo rapido da albumina, caseina, fibrina, gluten, osseina, gelatina.

B.—BREVES NOÇÕES DE CHIMICA BIOLOGICA

1. Sangue, estudo summario do sangue. Urina, ensaio da urina. Leite, ensaio do leite. Fibras textis e filamentosas animaes e vegetaes; ensaio dos tecidos.

2. Putrefacção: Conservação das materias organicas alimenticias ou não, e desinfecção; taxidermia e embalsamamento.

SEGUNDA PARTE

CHIMICA ANALYTICA

I. PRELIMINARES

1. *Objecto, importancia e principaes divisões da chimica analytica.* — Importancia da analyse chimica quer nas sciencias, quer na industria. Analyse mineral, analyse organica, analyse dos gazes, analyse biologica. Analyse qualitativa: por via secca, por via humida, e espectroscopica, etc. Analyse quantitativa: gravimetrica ou ponderal, e volumetrica.

2. *Operações preliminares e geraes de analyse mineral; material necessario.* — Instrumentos usados nos ensaios por via secca: massarico e seu uso; chamma de Bunzen; reagentes empregados; processos e operações praticas. — Instrumentos, apparelhos e utensilios empregados na analyse por via humida; operações a executar, mechanicas, physicas e chimicas; reagentes geraes e reagentes especiaes ou caracteristicos. Medições. Pesagem: balança e pesos. Medidas de volume: balões marcados, provetes, pipetas (argàos ou chupetas) e buretas (galhetas); graduação e verificação. Medida do peso especifico. — Methodos opticos. Espectroscopio e seu uso; fundamentos e applicações da analyse espectral. Polarimetro e seu uso. Microscopio.

3. *Caracteres analyticos dos principaes metaes.* — Classificação dos metaes ou bases sob o ponto de vista analytico, em 5 grupos. — Reacções por via secca e por via humida; methodos de doseamento e separação de cada um d'estes metaes.

4. *Caracteres analyticos dos principaes acidos mineraes.* — Classificação dos acidos em seis grupos analyticos. Reacções por via secca, por via humida e methodos de doseamento e separação de cada um d'elles.

II. ANALYSE MINERAL QUALITATIVA

1. *Preliminares.* — Marcha a seguir na analyse qualitativa. Caracteres physicos, propriedades organolepticas, etc. Ensaios pyrognosticos ou por via secca: pelo methodo ordinario empregando o massarico, ou pelo methodo de Bunzen. Analyse por via humida: solução, desaggregação; indagação das bases; preliminares para a investigação dos acidos; indagação d'estes ultimos.

2. *Analyse qualitativa das soluções, com o fim de descobrir os metaes de saes misturados (via humida).* Indagação dos metaes do grupo da prata. Indagação dos metaes do grupo do cobre. Investigação dos metaes do grupo do ferro. Pesquisa dos metaes do grupo do baryo. Indagação dos metaes do grupo do potassio.

3. *Analyse qualitativa das soluções, com o fim de descobrir os acidos de saes misturados.* Indagação dos acidos do grupo do acido sulfurico. Pesquisa dos acidos do grupo do acido chlorhydrico. Indagação dos acidos do grupo do acido azotico.

III. ANALYSE MINERAL QUANTITATIVA

1. *Analyse ponderal* ou *gravimetrica*. Conhecimento previo dos compostos que melhor se prestam ao doseamento de um corpo, particularmente acido ou metal. Processos práticos para determinar a formação d'esses compostos. Separação dos corpos: analyses directas, analyses indirectas, e analyses por differença. Exemplos de calculos de analyses indirectas.

2. *Analyse volumetrica*. Classificação das analyses volumetricas, segundo Mohr: analyses por saturação, por precipitação, por oxydação e por reducção. Doseamento directo ou por meio dos restos. Condições a realisar para o bom exito de uma analyse volumetrica, relativas aos vasos empregados, aos reagentes e á reacção escolhida para o doseamento. Soluções graduadas racionaes e systematicas, normaes, deci-normaes e centi-normaes; soluções empyricas; regra para, com o uso das soluções normaes systematicas, se obter a percentagem de uma substancia pura existente n'um producto commercial. Preparação e verificação das soluções. Reacções finaes.

3. Calculo das analyses.

IV. ANALYSE DOS GAZES

1. *Operações geraes.—Apparelhos e utensilios*. Recolhimento dos gazes. Conservação dos gazes: gazometros diversos. Trasvasamento dos gazes:—pipetas de gaz. Medida do volume dos gazes: provetes e tubos graduados; verificação d'elles; correcções na medida do volume dos gazes. Apparelhos para sujeitar os gazes á acção da faisca electrica: eudiometros diversos, especialmente os de Berthelot e Bunzen.

2. *Methodos de analyse dos gazes*. Reagentes absorventes. Combustão eudiometrica. Avaliação por differença.

3. *Classificação dos gazes sob o ponto de vista analytico. Gazes incompativeis.*

4. *Marcha a seguir para reconhecer a naturesa de um gaz unico.*

5. *Marcha a seguir na analyse de uma mistura de gazes.*

V. ANALYSES ESPECIAES

1. *Analyse dos materiaes de construcção*. Calcareos. Cal. Cimentos. Silicatos. Argillas. Arêas. Pouzzolanas. Argamassas. Gesso. Betume; asphalto, etc.

2. *Analyse das aguas naturaes*. Analyse das aguas. Ensaio rapido das aguas: hydrotimetria. Estudo das aguas nas suas applicações aos usos domesticos, ás caldeiras a vapor, aos usos agricolas, etc.

3. *Analyse das terras, adubos e productos agricolas*. Analyse mecanica e chimica das terras. Analyse dos correctivos. Analyse dos adubos agricolas.

4. *Alcalimetria* e *acidimetria*. *Chlorometria*.

5. *Saccharimetria*. Methodos chimicos; methodos opticos.

6. *Analyse toxicologica*. Operações preliminares. Determinação dos

venenos inorganicos; destruição das materias organicas por diversos processos; investigação methodica dos venenos mineraes. — Determinação dos venenos organicos (methodo de Stass). — Analyse das terras suspeitas.

7. Estudo chimico da urina.
8. Estudo chimico dos calculos e dos sedimentos urinarios.

TERCEIRA PARTE

CHIMICA ORGANICA INDUSTRIAL

1. Assucar. Melaços, seu aproveitamento industrial.
2. Bebidas fermentadas, licores e espiritos. Industria do alcool e da distillação.
3. Corpos gordos. Sabões. Velas. Glycerina. Ensaio dos oleos empregados na industria.
4. Feculas. Glucosa. Dextrina.
5. Pão; massas alimentares. Farinhas e seu ensaio.
6. Madeira. Conservação da madeira.
7. Papel. Papeis de côr e pintados.
8. Gaz illuminante. Saes ammoniacaes. Materias corantes artificiaes derivadas de alcatrão da hulha.
9. Perfumarias.
10. Resinas, gommas-resinas e balsamos. Vernizes alcoolicos, oleosos e essenciaes.
11. Gommas. Caoutchouc e gutta-perka.
12. Tabacos.
13. Industria do asphalto e do betume.
14. Branqueamento. Lavagem.
15. Explosivos de origem organica.
16. Materias textis e filamentosas, em especial industria da seda.
17. Materias corantes vegetaes e animaes.
18. Tinturaria por immersão. Estamparia ou tinturaria por impressão.
19. Adubos commerciaes.
20. Gelatina. Couros e pellicas.
21. Lacticinios. Leite. Manteigas. Queijos.
22. Vinagres e acido acetico.
23. Conservas alimenticias.
24. Aproveitamento dos despojos animaes.

IX Cadeira — **Mineralogia, paleontologia e geologia**

Lente (interino) *M. A. Gonçalves*. Seis horas semanaes

PRIMEIRA PARTE

MINERALOGIA

Definição e divisões da mineralogia.

I. — Crystallographia geometrica

a). Leis fundamentaes. Classificação das formas crystallinas. Systemas de notação crystallographica de Weiss, Naumann, Miller, Dana e Levy.

b.) Systemas crystallographicos. Formas holoedricas, hemiedricas e tetartoedricas dos systemas isometrico e hexagonal. Formas holoedricas e hemiedricas dos systemas tetragonal e orthorhombico. Systemas monoclinico e triclinico.

c). Estructura regular. Theoria racional da estructura dos corpos crystallizados homogeneos. Theoremas geraes sobre a symetria dos polyedros e das redes. Classificação dos edificios moleculares segundo o genero de symetria a que pertencem.

d). Medida dos angulos dos crystaes. Goniometros de applicação e reflexão. Applicação do microscopio á medida dos angulos diedros dos crystaes microscopicos.

Calculos crystallographicos. Systemas graphicos de representação dos crystaes. Representação das faces de um crystal pela posição dos seus polos sobre uma esphera de projecção. Projecções stereographica, orthogonal e gnomonica. Methodo de Quenstedt. Methodo de Miller.

e). Maclas.

II. — Crystallographia physica

a). Propriedades physicas dos meios continuos.

b). Phenomenos que se referem á cohesão. Deformações dos solidos. Forças elasticas. Relações entre as forças elasticas e a deformação. Equilibrio de elasticidade. Clivagem e fractura. Dureza. Escala de Mohs e sclerometro.

c). *Phenomenos opticos:*

1) Diaphaneidade. Refracção nos crystaes dos differentes systemas. Prisma de Nickol. Turmalina. Polariscopios. Dupla refracção uniaxial. Phenomenos com luz parallela e convergente. Polarização rotatoria. Dupla refracção biaxial. Dispersão dos eixos de elasticidade e dos eixos opticos. Phenomenos com luz parallela e convergente. Caracteres distinctivos dos crystaes trimetricos. Influencia da temperatura sobre as propriedades opticas. Anomalias.

2) Lustre. Côr. Pleochroismo. Dichroscopio de Haidinger. Nomenclatura das cores. Cores proprias e accidentaes. Risca. Fulguração ou jogos de cores. Iriação. Furta-cores. Opalescencia. Asterismo. Fluorescencia e phosphorescencia.

d). Phenomenos magneticos e electricos.

e). Homeomorphismo e hetereomorphismo.

III — Crystallogenia

Irregularidades dos crystaes. Distorsões. Imperfeições da superficie. Imperfeições e impurezas internas. Experiencias relativas á crystallisação. Corrosão dos crystaes e pseudomorphoses.

IV — Mineralogia descriptiva

A). Generalidades sobre as especies mineraes:

Elementos chimicos dos mineraes. Analyse e nomenclatura das especies. Estructura irregular. Fórmas imitativas e pseudo-regulares. Densidade dos mineraes. Fusibilidade. Escala de Kobell. Methodo de J. Szabó. Ensaios por via secca. Coração da chamma. Ensaios nos tubos abertos e fechados, na lamina e fio de platina. Ensaios sobre o carvão. Ensaios por via humida. Solubilidade.

Ideia geral da estructura da crusta terrestre; modo de ser dos mineraes na natureza. Jazigos metalliferos. Paragenese. Distribuição geographica Classificação de mineraes. Classificação de Lapparent.

B). Descripção dos mineraes:

a). Elementos das rochas fundamentaes. Elementos silicatados das rochas acidas. Elementos essenciaes (familias da silica, feldspathos e mineraes folheados). Elementos accessorios (silicatos dos granitos e gneiss, das pegmatites e dos syenitos eleoliticos). Elementos silicatados das rochas basicas. Elementos essenciaes (familia dos pyroxenas e amphibolas e do peridoto). Elementos accessorios. Zeolites. Silicatos de metamorphismo. Silicatos de alumina, anhydros e hydratados. Silicatos não exclusivamente aluminosos, anhydros e hydratados.

b). Elementos das jazidas mineraes. Oxydos e oxysaes não metalliferos (oxydos, aluminatos, nitratos, boratos, carbonatos, sulfatos, etc.). Saes haloides (chloretos e fluoretos.)

c). Minereos metallicos. Mineralizadores proprimente ditos. Elementos mineralizadores e combinações mutuas dos elementos mineralizadores. Minereos dos metaes acidificaveis. Minereos dos metaes propriamente ditos (minereos de ferro, cobalto, nickel, zinco, estanho, chumbo, bismutho, cobre, mercurio, prata, ouro, platina, iridio, osmio e palladio).

d). Combustiveis mineraes. Mineraes de carbono. Carvões fosseis. Ceras fosseis. Betumes. Resinas fosseis. Saes organicos.

c). Determinação de mineraes pelo methodo de Kobell.

SEGUNDA PARTE

GEOLOGIA E PALEONTOLÓGIA

Definição e divisões da geologia e paleontologia. Relações entre a geologia, paleontologia e mineralogia, e da paleontologia com a zoologia e botanica. Noções da historia da geologia.

I — Noções de lithologia

a). Mineraes essenciaes, accidentaes e accessorios das rochas. Sua macrostructura. Determinação dos seus elementos constituitivos. Applicação

do microscopio aos estudos petrographicos. Inclusões vitreas e microstructura das rochas. Classificações de rochas.

b). Estudo das principaes rochas.

II — Morphologia terrestre

a). Morphologia propriamente dita. Dados astronomicos, dimensões e densidade da terra. Dados relativos á atmosphera. Distribuição dos continentes e oceanos. Relevo da crusta terrestre.

b). Physiographia. Distribuição do calor á superficie da terra. Magnetismo terrestre. Distribuição da vida organica no globo.

III — Geologia dynamica

a). Phenomenos vulcanicos. Typo normal da actividade vulcanica. Phenomenos de projecção. Emissão de lavas. Emanações gazosas dos vulcões. Variações da actividade vulcanica. Vulcões marinhos. Formação das montanhas vulcanicas e das crateras. Distribuição dos vulcões. Causas do vulcanismo.

Fontes quentes. Geysers. Solfataras. Mofetas..

Tremores de terra. Variabilidade e modo de producção dos movimentos do solo. Propagação dos tremores de terra. Relações dos tremores de terra com as circumstancias geognosticas. Velocidade de propagação, duração e frequencia dos tremores de terra. Tremores de mar. Theorias dos tremores de terra e mar.

Levantamentos e abaixamentos instantaneos e seculares. Exemplos, Levantamentos e abaixamentos em epochas geologicas antigas. Formação. dos continentes.

b). *Acção da agua:*

1) A agua liquida como agente geologico. Solubilidade de todas as rochas na agua. Acções hydro-chimicas. Depositos subterraneos provenientes das soluções mineraes. Fontes mineraes e seus depositos. Substancias mineraes levadas ao mar. Consequencias da actividade das aguas de infiltração. Erosão. Formação dos valles por erosão. Transporte e depositos das aguas correntes. Actividade mecanica do mar.

2) O gelo como agente geologico. Geleiros. Estructura interna de um geleiro. Progressão dos geleiros. Limite inferior do geleiro. Distribuição dos geleiros. Phenomeno que dependem do seu movimento. Montanhas de gelo.

c). *Acção geologica da atmosphera:*

Acção chimica dos elementos que constituem a atmosphera. Chuvas atmosphericas. Influencia dos ventos sobre a configuração da terra.

d). *A vida organica como agente geologico:*

Trabalhos dos polypos. Bancos de conchas e foraminiferos. Carbonisação e plantas carboniferas. Vulcões de lama; resultado de decomposições organicas.

IV — Geologia petrogenetica

a). Rochas eruptivas. Formação das rochas eruptivas. Particularidades d'estas rochas.

b). Rochas sedimentares. Formação dos elementos das rochas sedimentares. Caracteres d'estas rochas. Rochas sedimentares minerogenicas de origem mecanica e chimica. Rochas sedimentares zoogenicas e phytogenicas.

c). Rochas metamorphicas. Metamorphismo. Modificação das rochas determinada pelas fontes mineraes. Metamorphismo das rochas determinado pelos vapores vulcanicos e pela carbonisação. Theoria do metamorphismo geral.

V — Geologia architectonica

a). Terrenos estratificados. Camadas. Series de camadas. Posição das camadas, causas que a alteram.

b). Terrenos massiços. Jazigo dos terrenos não estratificados. Estructura das rochas massiças.

c). Filões mineraes. Formação dos filões mineraes. Estructura dos filões. Relações dos filões com as rochas visinhas e entre si.

VI — Geologia historica e paleontologia

A). Theoria da descendencia. Periodos geologicos e formações. Limite inferior e superior das formações. Extensão horisontal d'uma formação e differenças entre formações da mesma edade. Avaliação da edade geologica das camadas. Divisão da historia do desenvolvimento da crusta terrestre e das séries de camadas correspondentes em periodos e formações.

B) *Estudo das formações*:

a) Formação fundamental.

b) Caracteres das formações archaicas.

1) Caracteres petrographicos e vestigios organicos do laurenciano. Posição d'esta formação em relação ás outras.

2) Caracteres petrographicos, restos organicos e relações architectonicas do huroniano.

c) Caracteres e divisões das formações paleozoicas.

1) Caracteres petrographicos, paleontologia e divisões do siluriano.

Phenomenos vulcanicos e formações de filões n'esta epocha.

2) Caracteres petrographicos, relações architectonicas, caracteres paleontologicos e divisões do devoniano. Phenomenos vulcanicos d'esta epocha.

3) Caracteres petrographicos, relações de jazigo, relações architectonicas, caracteres paleontologicos e divisões do carbonifero. Formação dos jazigos de hulha. Phenomenos vulcanicos e filões d'esta epocha.

4) Caracteres do dyassico. Fosseis d'esta epocha.

5) Desenvolvimento da vida organica durante o periodo paleozoico.

c) Formação mesozoicas.

*

1) Caracteres geraes do triassico.

Caracteres petrographicos, paleontologicos e relações architectonicas dos diversos typos de triassico.

2) Caracteres geraes do jurassico.

Caracteres petrographicos, paleontologicos, relações architectonicas e divisões do liassico, dogger e jurassico branco.

3) Caracteres geraes petrographicos e paleontologicos, divisões e parallelismo do cretaceo.

4) Desenvolvimento da vida organica durante o periodo mesozoico.

d) Formações cainozoicas.

1) Caracteres e divisões do terciario. Terciario antigo. Formação do eocene e oligocene. Terciario recente. Formações miocene e pliocene.

2) A Europa e a America na epocha glaciaria. Phenomenos glaciarios nas ilhas britanicas e Scandinavia. Os continentes na epocha diluviana. Homem diluviano. Alluvio.

3) Desenvolvimento da vida organica durante o periodo cainozoico.

E) Constituição geologica do solo portuguez.

X Cadeira — **Botanica**

Lente *Dr. F. Salles Gomes Cardoso*. Seis horas semanaes

Introducção.—Definição de Botanica, e das suas divisões, e de vegetal, dando-se por esta occasião uma idéa geral de uma planta em face de qualquer exemplar d'ellas, e expondo-se tambem a difficuldade de seu tão util, como agradavel estudo, e especialmente as causas de erros, a que podemos ser levados, em consequencia dos meios, de que dispomos, attendendo á exiguidade dos objectos, que observamos.

HISTOLOGIA

Das cellulas.—Consideradas em si mesmo. Diversas formas, que podem apresentar. Natureza da membrana continente d'ellas. Composição chimica e modificações d'este envolucro. Materias liquidas, semi-liquidas e solidas, contidas nas cellulas, fim presumivel de cada uma d'estas substancias e sua composição chimica.

Genese cellular. — Origem e multiplicação das cellulas. Exposição d'estes phenomenos (segundo Cauvet) por divisão e endogenia.

Fibras e tecido fibrôso.—Em que consiste, de onde provém, sua posição nos vegetaes, e principal fim.

Vasos aereos.—Definição d'estes vasos e caracteres distinctivos entre as verdadeiras e falsas tracheas. Glossologia de todos estes vasos e logar que occupam nos vegetaes bem como fim presumivel de todos.

Vasos laticiferos.—Sua formação, fim e logar que occupam.

ORGANOGRAPHIA DA PARTE DESCENDENTE DO AXOPHITO

Raiz.—Definição d'ellà. Diversas especies de raizes e estructura das mesmas. Formação da radicula. Differenciação de seus tecidos nas plantas dicotyledoneas, nas monocotyledoneas e acotyledoneas.

Das raizes adventicias—e consequencias práticas da sua apparição (multiplicação por mergulhia e estaca).

Raiz dos vegetaes parasitas.

Caracteres das raizes já formadas.

Rhyzotaxia.—Disposição das raizes sobre a parte descendente do Axophito.

Glossologia de todas ellas.—Segundo os meios em que vivem e configuração que apresentam.

ORGANOGRAPHIA DA PARTE ASCENDENTE DO AXOPHITO

Do caule.—Suas divisões em aereo (tronco, espique, e colmo) e subterraneo (rhisoma, bolbo e tuberculo).

Tronco.—Organisação do caule nos vegetaes lenhosos dicotyledoneos, precisando bem e descrevendo-a.

Medulla.—O estojo medullar. O lenho. Os raios medullares e a zona geradora. O liber. O parenchimo cortical. A camada suberosa. A epiderme à qual junctaremos (como o compendio indica) a descripção anatomica da epiderme e cuticula. Dos estomas aquiferos e aereos e os pellos, e glandulas.

Espique.—Estructura anatomica d'este caule em geral--das palmeiras, das lilaceas e dos fetos.

Colmo.—Item.

Rhizoma.—Descripção d'este caule e quaes os pontos de onde brotam os gomos.

Bolbo.—O que é, e distincção entre os tunicados e os embricados, ou escamosos.

GOMOS OU BOTÕES

Descripção anatomica d'elles e dos seus orgãos protectores. Analogias e differenças entre estes e o embrião.

Prefoliação.—Disposição das folhas dentro do botão antes do desenvolvimento d'ellas.

Glossologia d'esta vernação.

Bolbilhos e Turião.—O que são, como se desenvolvem. Analogias e differenças, que elles téem entre si e com os botões.

Ramificação.—Desenvolvimento dos gomos, quer terminaes, quer axillares, denominação, que compete aos ramos, segundo a ordem da sua evolução, posição em relação ao caule. Cladodes o que são, e distincção entre estes ramos e os chamados faciados.

FOLHAS

O que são e seu principal fim.—Partes de que constam e anatomia de cada uma d'essas partes. Divisão d'ellas em simples e compostas. Denominação de todas ellas segundo a sua direcção relativa ao caule, peciolação, pervação, figura, chanfradura na base, terminação no vertice, angulos do seu contorno, incisões no limbo, expanção e superficie, pubescencia, etc.

Ascidios.—O que são.

PHILOTAXIA

Leis da disposição das folhas nos caules e nos ramos—Exposição das tres leis, que presidem a esta collocação. Espira geradora, o que é e meios de a determinar. Angulo de divergencia das folhas, e modo de o calcular pelas fracções $^1/_2$; $^1/_3$; $^2/_5$........ Modo de determinar a espira geradora, auxiliados pelas secundarias, que se tornam bem visiveis quando o eixo é muito deprimido e as folhas ou bracteas são muitas e muito aproximadas no eixo.

Folhas oppostas ou verticilladas.—Lei da alternação dos verticillos.

Pêlos, espinhos e aculeos.—O que são, de onde proveem e meios de os distinguir uns dos outros.

Orgãos modificados.—Anomalias, monstruosidades, e transformações normaes.

FUNCÇÃO DA NUTRIÇÃO

CIRCUMSTANCIADA EXPOSIÇÃO DOS DIFFERENTES ACTOS, DE QUE ELLA CONSTA, E SÃO OS SEGUINTES:

Absorpção.—O que é, logar por onde se effectua e causas, que a determinam? Terão as raizes a propriedade electiva?

Circulação ou movimento dos succos nos vegetaes.

Por onde sobe a seiva bruta, e causas, que determinam o seu ascenso. Como se prova o seu curso e velocidade?

Seiva elaborada.—O que é, como se organisou e por onde se dirije das folhas para as raizes e para as outras differentes partes do vegetal.

Giração.—Direcção dos liquidos dentro das cellulas, meios de observar estes movimentos; vegetaes que mais se prestam a esta observação, e agentes, que modificam este movimento, e causa presumivel d'este movimento.

Cyclose.—Como se faz o movimento do latex dentro dos vasos lacticiferos, e como se póde observar. Propriedades physicas e composição chimica do latex. Que papel exercerá o latex nos vegetaes?

Excreção vegetal.—Em que consiste, e quaes os pontos em que se

torna mais notavel este acto, bem como natureza das materias regeitadas. As raizes tambem excret m ?

Transpiração.—Seu fim e differença entre ella e a vaporisação. Prova, de que os vegetaes transpiram. Onde se opera a transpiração ?

Respiração.—O que é, e em que consiste. E' ella completamente analoga á dos animaes? Existe mais que uma respiração nos vegetaes?

A coloração dos vegetaes.—Poderá considerar-se como proveniente da oxydação e desoxydação da chlorophila?

Assimilação e desassimilação.

Origem dos elementos constituidos dos principios immediatos e das materias salinas dos vegetaes. Circumstanciada descripção e discussão d'este importantissimo objecto, seguindo em tudo o compendio. (D. Couvet, Curso elementar de Botanica, segunda edição).

Direcções, que apresentam as duas partes do axophito (raiz e caule).

Theorias, porque se tem querido explicar todos os phenomenos do crescimento e direcções oppostas do eixo. Juizo critico d'ellas, conclusão, que d'ellas devemos inferir.

ORGÃOS DE REPRODUCÇÃO

Flôr.—Considerações geraes ácerca d'ella.

Denominação dos verticillos; de que deve constar para ser perfeita, ou para ser completa. Origem dos orgãos floraes; (metamorphose em geral).

Pedunculo.—O que é, d'onde provém, e quaes as denominações, que lhe competem segundo o seu ponto de inserção, numero de flores, que contém, modificação de formas et cœtera.

Pedicello.—Ou ramificação do eixo primario (do pedunculo) em eixos secundarios, terciarios.

Bracteas.—De onde provém e differença entre ellas e folhas floraes. Differentes denominações, que lhes competem, segundo seus caracteres e até da reunião d'ellas, constituindo os involucros—involucellos—caliculos—e cupulos.

Leis da symetria da flôr, e casos, em que ella parece alterada; por exemplo pela apparição de um disco, ou de o nectarios, ou de estames parecendo epi, ou periginicos, quando são sempre hypogenicos.

Prefloração.—Ou Estivação dos verticillos floraes antes da anthese da flôr. Das nove especies de prefloração admittidos por Cauvet.

Diagramas.—O que são e suas denominações.

INFLORESCENCIAS

Sua definição e divisão em axillar e terminal.

Os typos das axillares, que o compendio estabelece são deduzidos da existencia de um só eixo, ao qual estão ligados as flores, ou da ramificação d'este eixo em secundarios, terciarios.

1.º Typo.—Flores seceis sobre o eixo primario (espiga, amentilho, spadice, cône, capitulo, e syconio).

2.° *Typo.*—Flores sustentadas por eixos secundarios (cacho, corymbo simples, e sertula).

3.° *Typo.*—Flores dispostas em eixos terciarios (panicula, corymbo composto e umbella composta).

A inflorescencia terminal tem por nome geral o de cymeira, que póde ser simples, dichotonica e unipara.

Definição de todas estas inflorescencias, e conhecimento prático d'ellas por figuras e typos naturaes.

DA FLÔR

Receptaculo da flôr, o que é, e differença que ha entre elle, torus e phovantho, ou clinantho.

Gynophoro, guiandrophoro e anthophoro, o que são.

Calix.—O primeiro verticillo da flôr, quando ella é perianthada, é formado de Sepalas.

Estudo de cada sepala considerada isoladamente, sua structura anatomica, e organogenia.

Calix ganosepalo e dialysepalo, o que são, denominações, que lhe competem segundo são regulares ou irregulares, e a modificação de fórma, que apresenta.

Corolla.—Verticillo das petalas. Estudo de cada petala isoladamente, e das duas partes, de que é formada (lamina e unha). Caracteres deduzidos d'estas duas partes, da fórma, proporção e soldadura das petalas entre si, constituindo asgamopetalas, nas quaes se distingue o tubo, fauce e limbo.

Estudo por figuras e typos naturaes de todas as *corollas.*

Androceo.—Ou verticillo estaminal. Denominações que competem á flôr, segundo o numero, proporção relativa, posição, soldadura dos estames entre si, quer pelos filetes (supporte da antera), quer pelas anteras (lojas continentes do pollen).

Pollen.—Sua organographia e distincção dos caracteres das *intina e exina,* que tomam na dehiscencia da antera o nome de tubo pelinico, e a parte contida de materia fecundante, ou *fovilla.*

Formação da antera, do pollen, e constituição do mesmo.

Estames singenesicos, ginandricos e symphisandros, o que são.

Gyneceo ou verticillo carpelar. Detida exposição dos: *ovario—estilete —estigma—ovulo e placentação.*—Denominações que competem á flôr seguindo o numero de carpelos, posição, inserção relativa, fórma e soldadura d'estas partes entre si e com as outras da flôr. Modo de formação e organisação dos carpelos. Meios de reconhecer se o ovario é inferior, superior ou parietal.

Partes da flôr accessorias ou transformadas. Disco, nectarios e estamminodos, o que são e como contam na symetria da flôr.

FECUNDAÇÃO

Breve historia da descoberta d'esta funcção, e phenomenos que se manifestam antes, no acto e depois da fecundação.

Marcha da fecundação. Apparelho filamentoso, Vesiculas embrionarias e cellulas antipodas, em que logar existem dentro do sacco embrionario?

Formação do embryão na extremidade do seu filete suspensor e das partes, de que consta este embryão. Formação do *endosperne* (quando existe). Sua direcção e meios de reconhecer se elle é antitropo, homotropo, amphytropo ou heterotropo.

Arilo, Arilodo, e Strophiolo; de onde provém.

CIRCUMSTANCIAS QUE FAVORECEM A FECUNDAÇÃO

A anto-fecundação é sempre possivel nas flores estamino-pistiladas? O que são plantas dicogamas protandrias e dicogamas protegimicas?

O Dimosphismo vegetal em que consiste? Accusará elle uma tendencia nos vegetaes monoclinos a passarem a diclinos divicos? A Gravidade, o Vento e os Fusectos como auxiliam a fecundação? A fecundação das plantas aquaticas como se realisa?

Digemese ou gerações alternadas. Comprovação da sua existencia pelas observações de Tulasne e exposição das ideias de J. Sachs a tal respeito.

Parthenogenese, ou geração virgem. O que pretendem ser.

Heterogenia, ou gerações (ditas) espontaneas. Existem ellas?

Hybridos e Mestiços, o que são e como se obtém.

FRUCTO

O que é e partes, de que é constituido. Fructos induviados, o que são?

Do pericarpo, e sua deluiscencia. Distribuição methodica dos fructos, seguindo-se o mesmo compendio.

O grão, composto de episperme e da amendoa.

Episperme, membranas, de que se formou, tomando agora o nome de Tegmen e Testa.

Meios práticos de reconhecer os ovulos. Ortotropos e Campylotropos pela posição do chalazio em relação ao hilo, e dos anatropos, não só por esta relação, como pela existencia do raphe, ou vasiducto.

Amendoa, o que é, casos, em que o embryão é perispemico, ou apermispermico.

Embryão, descripção detalhada de sua gemûla, corpo cotyledonar e radicula.

Movimentos das plantas tanto phanerogamicas, como cryptogamicas.

PALEONTOLOGIA

Importancia do estudo das floras, que se tem succedido durante os differentes periodos geologicos. Distribuição dos vegetaes d'estes periodos em cinco reinos, tendo-se em vista sempre o compendio.

Historia e theoria da evolução dos vegetaes.

GEOGRAPHIA

Origem das especies, e das formas actuaes. Causas e agentes exteriores influentes da distribuição dos vegetaes á superficie do Globo. Estações. Habitações. Localidades e patrias. O que são.

TAXONOMIA

Classificações práticas, ou casuaes—artificiaes—naturaes, ou methodos, o que são.

Systema. Suscinta historia dos mais notaveis, e com especialidade dos de Taurnefort e de Linen.

Methodo — Preliminares e importancia relativa dos orgãos, ordem de caracteres d'elles deduzidos.

Claves, o que são, exposição das de Jussieu, de De Candolle e outros, bem como a do compendio.

PHYTOGRAPHIA

Familias naturaes.—Revista de varias d'ellas, comparando a sua descripção com alguns typos existentes na escóla botanica da Academia.

PRÁTICA

Depois de bem conhecedores os ouvintes de todos os orgãos dos vegetaes, são obrigados a fazerem por escripto e na aula, descripções das plantas que ali se lhes apresentam, indicando todos os caracteres, que lhes é possivel examinar, e em seguida a classifical-as, ou, pela Flora elementar dos Jardins e dos Campos dos E. le Maout e J. Decaisne (obra de que são obrigados a fazer acquisição) ou pela Flora de Brotero, quando são plantas indigenas.

São tambem obrigados, digo, convidados a formarem hervarios em sua casa para apresentarem na sua ultima prova prática e oral, para este fim, fazendo-se-lhe conhecer a utilidade d'estes trabalhos, e mostrando-se-lhes o modo do os formar, se lhes faculta algumas obras de classificação, de que a escóla já dispõe, isto para bem etiquetarem seus hervarios.

OBSERVAÇÕES MICROSCOPICAS

Com o fim de aos ouvintes se mostrar o uso do Microscopio, e certifical-os tambem da verdade e nitidez das estampas intercaladas no texto das varias obras, de que se lhes aconselha a consulta, empregam-se dois dias lectivos para lhes mostrar em preparados, n'este mesmo acto feitos pelo primeiro official do jardim (e logo em seguida ás lições de histologia) os objectos, que na lição anterior se haviam estudado, como por exemplo — a

fecula como se apresenta no vegetal e depois colorida pelo iodo — uma porção de tecido cellular, do qual depois se isolam algumas cellulas pela acção do acido azotico—alguns vasos e sempre, com preferencia, os laticiferos e as tracheas — os raphidos — et cœtera.

XI Cadeira — **Zoologia**

Lente *M. A. Gonçalves*

PRIMEIRA PARTE

PRELIMINARES

1. Corpos inorganicos e corpos organisados. Caracteres intermediarios entre os primeiros e os segundos, representados nos corpos colloides.
2. Animaes e plantas. — Critica dos seus caracteres distinctivos.
3. Considerações geraes sobre o desenvolvimento dos animaes. Individuo. — Orgão. — A symetria na estructura animal.
4. Cellula animal. — Sua morphologia e physiologia.
5. Tecidos animaes. — Classificação e caracteres morphologicos e physiologicos.

SEGUNDA PARTE

ZOOLOGIA DESCRIPTIVA

PROTOZOARIOS

6. *a*) Moneras. — *b*) Amibos.—*c*) Foraminiferos. — *d*) Radiolarios. — *e*) Gregarinas. — *f*) Infusorios: undulinos, flagellados, ciliados e tentaculiferos.
7. Resumo e considerações geraes sobre os caracteres e classificação dos Protozoarios.

METAZOARIOS

8. Organisação do ovo dos metazoarios. — Fecundação. — Processos geraes de desenvolvimento do ovo.
9. *Celenterados.* — *a*) Espongiarios. — *b*) Hydrozoarios: Hydrophoros, Siphonophoros, Discophoros e Ctenophoros. — *c*) Actinozoarios.
10. Resumo e considerações geraes sobre os caracteres e classificação dos Celenterados.

11. *Vermes.* — 1.° *Plathelminthos.* — *a*) Turbellarios. — *b*) Trematodos. — *c*) Cestoides. — *d*) Orthonectidios. — *e*) Dicyemidios.
12. *Vermes* (continuação). — 2.° *Nemathelminthos.* — *a*) Nematoides. — *b*) Acanthocephalos.
13. *Vermes* (continuação). — 3.° *Annelidios.* — *a*) Chetopodos. — *b*) Hyrudineos. — *c*) Enteropneustos.
14. *Vermes* (continuação). — 4.° *Rotiferos.* — 5.° *Gehirios.* — 6.° *Bryozoarios.* — 7.° *Brachiopodos.*
15. Resumo e considerações geraes sobre os caracteres dos vermes. Principios que devem presidir á sua classificação.
16. *Echinodermes.* — *a*) Crinoides. — *b*) Ophiurideos. — *c*) Asteridios. — *d*) Echinidios. — *e*) Holuthuridios.
17. *Molluscos.* — *a*) Pteropodos. — *b*) Gasteropodos. — *c*) Cephalopodos. — *d*) Lamellibranchios.
18. *Arthropodos.* — 1.° *Peripatidios.* — 2.° *Crustaceos:* *a*) Merostomas. — *b*) Entomostraceos. — *c*) Edriophtalmos. — *d*) Podophtalmos.
19. *Arthropodos* (cont.) — 3.° *Arachnidios.* — 4.° *Myriapodos.*
20. *Arthropodos* (cont.) — 5.° *Insectos:* *a*) Orthopteros. — *b*) Nevropteros. — *c*) Hemipteros. — *d*) Dipteros. — *e*) Lepidopteros. — *f*) Hymenopteros. — *g*) Coleopteros.
21. Estudo comparado dos Arthropodos.
22. *Tunicados* — *Leptocardios.* — Discussão do logar que estes organismos devem occupar na classificação.
23 *Vertebrados.* — 1.° *Peixes:* *a*) Cyclostomas. — *b*) Chondropterigios. — *c*) Ganoides. — *d*) Teleosteos. — *e*) Dipnoicos.
24. *Vertebrados* (cont.) 2.° *Amphibios.* — *a*) Apodos. — *b*) Urodelos. — *c*) Anuros.
25. *Vertebrados* (cont.) — 3.° *Reptis.* — *a*) Ophidios. — *b*) Saurios. — *c*) Hydrosaurios. — *d*) Chelonios.
26. *Vertebrados* (cont.) — 4.° *Aves.* — *a*) Palmipedes. — *b*) Pernaltas. — *c*) Gallinaceas. — *d*) Pombos. — *e*) Trepadoras. — *f*) Passaros. — *g*) Aves de rapina. — *e*) Corredoras.
27. *Vertebrados* (cont.) — 5.° *Mammiferos* — 1.° Monotremas. — 2.° Marsupiaes. — 3.° Monodelphos. — Estudo de todas as ordens dos Monodelphos até ao Homem.

TERCEIRA PARTE

TAXONOMIA

28. Classificações zoologicas. — Especie. — Raça. — Variedade. — Theoria *da selecção natural.* — Fundamentos: Emigrações. — Factos morphologicos. — Anatomia comparada. — Embryologia. — Distribuição Geographica. — A phylogenese estudada nos documentos paleontologicos. — Selecção sexual. — etc. (N'esta parte o ensino deve aproveitar todos os elementos fornecidos pelo estudo da 2.ª parte, a fim de conseguir fixar melhor os factos da zoologia descriptiva).

QUARTA PARTE

PHYSIOLOGIA

29. Funcções physiologicas no reino animal. — Estudo comparado das seguintes funcções:—*Respiração.—Digestão.—Circulação e Secreção.*—Funcção da Assimilação. — Definições de vida e sua critica.

30. Funcções de reproducção.

31. Funcções de locomoção. — Apparelho vocal.

32. Sentidos.—*Tacto.—Gosto.—Olfacto.—Sentido do calor.—Sensação muscular do pezo.—Ouvido.—Vista.*

33. Constituição do systema nervoso. — Suas funcções.

34. O Instincto e a Intelligencia dos animaes. — A Intelligencia no homem. — Sua superioridade. — Influencia da linguagem.

XII Cadeira — **Resistencia de materias e estabilidade de construcções**

Lente (interino) *M. Terra Pereira Vianna.* Seis horas semanaes.

PRIMEIRA PARTE

MATERIAES DE CONSTRUCÇÃO

1. Considerações geraes. — Classificação dos materiaes de construcção.

2. *Pedras.* — Naturesa e propriedades das pedras de construcção. — Pedras naturaes. — Pedras artificiaes. — Exploração das pedreiras. — Conservação e silicatisação das pedras calcareas.

3. Tijolos. — Telhas. — Manilhas. — Azulejos. — Ladrilhos.

4. *Cal.* — Classificação das caes. — Cosedura da pedra calcarea. — Fabrico da cal hydraulica artificial. — Extincção da cal.

5. Areias. — Pozzolanas. — Cimentos.

6. *Argamassas.* — Composição, dosagem e preparação das argamassas. — Revestimentos.

7. Béton. — Fabrico do béton. — Béton agglomerado.

8. Gesso. — Estuques.

9. Betume e asphalto. — Betumes diversos.

10. *Madeiras de construcção.* — Propriedades e principaes qualidades das madeiras. — Serragem e conservação das madeiras. — Materiaes accessorios d'origem vegetal.

11. *Metaes empregados nas construcções.* — Propriedades e emprego

do ferro fundido, do ferro forjado, e do aço. — Zinco, chumbo, cobre e estanho. — Ligas. — Soldas.

12. Tintas e vernizes.
13. Experiencias sobre a resistencia dos materiaes.

SEGUNDA PARTE

RESISTENCIA DOS MATERIAES

1. *Introducção.* — Objecto e methodo do curso de resistencia dos materiaes. — Definições.

2. *Extensão e compressão das peças prismaticas.* — Leis da extensão e compressão simples. — Trabalho devido ao alongamento. — Contracção e flexão lateral. — Determinação das constantes especificas para os diversos materiaes de construcção. — Distribuição das pressões na secção d'um solido prismatico. — Deformação do solido. — Exemplos de distribuição das pressões. — Distribuição das pressões nos massiços d'alvenaria.

3. *Flexão plana das vigas rectas.*

a) *Flexão das vigas rectas solicitadas por forças normaes.*—Esforço transverso, momento de flexão e momento d'elasticidade. — Deformação da fibra média. — Formulas fundamentaes e suas applicações. — Vigas rectas apoiadas em dois pontos. — Vigas rectas encastradas. — Vigas apoiadas e encastradas. — Vigas apoiadas em tres pontos. — Theoremas sobre a flexão das vigas rectas. — Trabalho da flexão. — Momentos d'inercia das secções usuaes das vigas.

b) *Flexão das vigas rectas solicitadas por forças obliquas.* — Curvatura e equação da fibra média. — Applicações. — Vigas armadas. — Peças carregadas de topo. — Supportes isolados.

c) *Solidos d'egual resistencia.* — Viga apoiada em dois pontos. — Viga encastrada. —Vigas d'altura constante ou variavel.

d) *Vigas apoiadas n'um numero qualquer de pontos* — Ideia geral do problema, e methodos empregados para o resolver. — Theorema dos tres momentos. — Construcção geometrica dos momentos sobre os apoios. — Determinação directa do momento de flexão n'um apoio qualquer. — Formulas aproximadas. — Esforços transversos, e reacções dos apoios. — Distribuição das cargas.

4. *Flexão plana das peças curvas.* — Condições geraes d'equilibrio. — Equação da fibra média deformada. — Determinação da constante das equações principaes. — Distribuição das cargas. — Methodo rapido para o calculo das peças curvas.

5. *Torsão dos prismas.* — Leis da torsão — Demonstração theorica e prática das leis de Coulomb. — Extensão das leis de torsão dos cilindros a prismas quaesquer.

6. Resistencia das superficies. — Resistencia dos vasos cylindricos ou esphericos. — Calculo da espessura das caldeiras.

7. *Equilibrio dos systemas articulados.* — Systemas articulados simples. — Catenaria. — Pontes suspensas. — Systemas articulados complexos. — Asnas. — Rotula simples. — Vigas de rotula. — Equações geraes. — Discussão e

applicação das formulas. — Flexão da viga. — Vigas americanas. — Vigas do systema de Howe.

8. *Equilibrio e estabilidade dos massiços.*

a). *Theoria da estabilidade das abobadas.* — Noções preliminares. — Exposição e critica dos principaes methodos de verificação da estabilidade das abobadas. — Methodos práticos.

b). *Theoria do impulso das terras.* — Estabilidade d'um massiço de terra.—Determinação do prisma de maximo impulso. — Reacção maxima do muro. — Distribuição dos impulsos. — Applicação d'esta theoria á determinação da estabilidade dos muros de supporte. — Muros de revestimento.— Muros de reservatorios.

TERCEIRA PARTE

APPLICAÇÃO DA GRAPHO-ESTATICA ÁS CONSTRUCÇÕES

1. *Flexão.*—Determinação dos esforços que solicitam as vigas rectas, suppondo a sobrecarga fixa ou movel, concentrada ou distribuida, nos casos de serem as vigas. — 1.º, apoiadas nos extremos; 2.º, encastradas n'um extremo e livres no outro; 3.º, apoiadas em dous pontos intermedios.

2. *Extensão e compressão.* — Determinação dos esforços que solicitam as vigas simples, duplas, ou multiplas sujeitas unicamente á tracção ou compressão.

3. Applicação dos estudos precedentes aos vigamentos, asnas, vigas de rotula, etc.

4. Determinação do centro de gravidade e dos momentos d'inercia das superficies planas.

QUARTA PARTE

PROCESSOS GERAES DE CONSTRUCÇÃO

1. *Movimento de terras.*—Excavações e aterros.—Dragagens.—Transporte de terras.

2. *Fundações.* — Estudo do terreno. — Sondagens. — Classificação dos systemas de fundações.—Fundações em terreno incompressivel.—Fundações em terreno compressivel sobreposto a terreno incompressivel. — Fundações em terreno indefinidamente compressivel. — Meios de proteger as fundações. — Enrocamentos. — Ensecadeiras. — Esgoto.

3. *Cantaria e alvenaria.* — Córte e apparelho das pedras. — Execução das obras de cantaria e alvenaria.

4. *Emprego das madeiras nas construcções.*—Córte e apparelho das madeiras. — Madeiramentos em geral. — Andaimes. — Estacarias.

5. Emprego dos metaes nas construcções.

6. Organisação dos trabalhos. — Marcação das obras.

XIII Cadeira — **Hydraulica e machinas**

Lente *Roberto Rodrigues Mendes*. Seis horas semanaes

(Curso biennal)

1.º Anno.—Hydraulica.—Machinas em geral.—Machinas hydraulicas.
2.º Anno.—Thermodynamica.—Machinas thermicas.—Motores electricos.—Machinas diversas.—Construcção de machinas.

2.º ANNO

I — Thermodynamica

1. Theoria mecanica do calor. Principios fundamentaes. Equações geraes. Applicação aos gazes e aos vapores.

2. Machinas thermicas. Rendimento theorico maximo.

3. Applicação á machina de vapor. Machina de vapor perfeita. Rendimento calorifico d'esta machina. Machinas ordinarias. Determinação do trabalho e do rendimento. Problemas relativos á machina de vapor. Coefficiente economico d'esta machina.

II — Machinas thermicas

a)—Machinas de vapor

1. *Introducção.* — Historia das machinas de vapor.

2. *Classificação e trabalho das machinas de vapor.* — Composição geral d'uma machina de vapor. Classificação das machinas de vapor. Determinação do trabalho e comparação das differentes classes de machinas.

3. *Apparelhos de combustão.* — Combustão e combustiveis. Fornalhas. Chaminés. Apparelhos fumivoros.

4. *Geradores.* — Differentes especies de caldeiras e sua comparação. Accessorios das caldeiras. Prova das caldeiras. Incrustações. Explosão das caldeiras.

5. *Distribuição do vapor.* — Distribuição normal. Distribuição d'expansão fixa ou variavel. Distribuições aperfeiçoadas. Distribuição nas machinas de dous cilindros. Regulamento dos obturadores. Orgãos de mudança de marcha.

6. *Cilindros e embolos.* — Cilindro e seus accessorios. Embolos. Empacamentos.

7. Reguladores. Volantes.

8. *Apparelhos d'alimentação.* — Bombas. Injectores. Alimentação automatica.

9. *Apparelhos de condensação* — Condensação por injecção. Condensação por superficie.

10. *Systemas de machinas de vapor.* — Machinas industriaes: fixas,

semi-fixas, oscillantes, rotativas e locomoveis. Machinas locomotivas: de grande velocidade, de pequena velocidade e mixtas. Machinas maritimas.

11. Machinas de vapores combinados.

b) — *Machinas d'ar e de gaz*

12. Machinas d'ar quente. Machinas de gaz. Theoria d'estas machinas. Estudo dos typos principaes. Comparação d'estas machinas entre si, e com as machinas de vapor.

III — Motores electricos

1. Geradores mecanicos d'electricidade. Typos principaes. Emprego da electricidade como força motriz. Transmissão electrica da força a grandes distancias.

IV — Machinas diversas

1. Machinas d'ar comprimido.
2. Machinas para levantar pesos. Guinchos, guindastes, elevadores.
3. Machinas ferramentas, — especialmente para o trabalho das madeiras e dos metaes.

V — Construcção das machinas

1. *Construcção.* — Materiaes empregados na construcção das machinas. Meios d'execução. Construcção das caldeiras. Construcção dos orgãos das machinas. Resistencia applicada ás machinas.

2. *Estabelecimento.* — Problema geral do estabelecimento das machinas. Indicações geraes. Condições práticas. Escolha da machina attendendo ao seu fim industrial.

3. Compra, experiencias e emprego das machinas.

XIV Cadeira — Construcções e vias de communicação

Lente (interino) *R. Mendes*

(Curso biennal)

(6 horas semanaes)

1.º Anno. — Edificios. — Abastecimento d'agua e esgotos. — Hydraulica agricola. — Rios e canaes. — Portos de mar e pharoes.

2.º Anno. — Estradas e caminhos de ferro. — Pontes.

2.º ANNO

I — Estradas e caminhos de ferro

a) — *Introducção*

1. Considerações preliminares sobre as vias de communicação. Classificação geral.

2. Estudo do traçado d'uma via de communicação. Considerações ad-

ministrativas, topographicas, commerciaes e economicas. Phases diversas por que passa o estudo d'um traçado. Traçados directos e indirectos. Traçados excepcionaes. Comparação dos traçados. Escolha definitiva do traçado.

3. Movimentos de terra.

a) — *Calculo dos volumes d'escavação e aterro.* — Composição e calculo das terraplenagens. Calculo das áreas das secções transversaes. Calculo dos volumes. Classificação e distribuição dos materiaes de terraplenagem. Transporte das terras.

b) — *Execução dos trabalhos.* — Abertura das trincheiras. Construcção dos aterros. Consolidação dos taludes.

4. Obras d'arte. Aqueductos: typos diversos. Muros de supporte: sua fórma e espessura. Tunneis: modos de execução, poços e galerias, revestimento, testas. Pontões.

5. Obras accessorias. Drenagem. Revestimento. Enrocamento.

b) — *Estradas*

1. *Generalidades.* — Classificação das estradas ordinarias. Condições d'estabelecimento d'uma estrada.

2. *Traçado e perfilamento.* — Estudo do traçado. Escolha da directriz. Rampas e declives. Curvas.

3. *Perfil transversal.* — Perfis typos. Faixa empedrada. Bermas. Valetas. Taludes.

4. Construcção. Systemas de calçadas. Empedrados. Differentes methodos d'execução.

5. *Comparação e reparação.* — Organisação do serviço. Cantoneiros.

6. Tracção. Experiencias sobre a tracção. Formulas diversas. Viaturas.

7. Organisação d'um projecto d'estrada.

c) — *Caminhos de ferro*

1. *Generalidades.* — Historia das vias ferreas. Comparação com as outras vias de communicação. Condições geraes do estabelecimento das vias ferreas.

2. Traçado e perfilamento. Estudo da linha. Escolha da directriz. Situação das estações. Rampas e declives. Curvas.

3. *Via.*—Diversos systemas de vias ferreas. Perfis typos. Carris. Travessas. Ballastro. Mudanças de via. Crusamentos. Accessorios da via. Signaes. Passagens de nivel. Passagens superiores e inferiores. Assentamento da via.

4. *Estações.* — Estações extremas. Estações intermédias. Disposição geral das estações. Serviço de passageiros. Serviço de mercadorias. Serviço das machinas e viaturas. Officinas.

5. *Material de transporte.* — Carruagens. Wagons. Accessorios.

6. *Tracção.* — Estudo da resistencia dos comboios á tracção. Deducção das formulas que dão as resistencias. Formulas empyricas. Marcha das locomotivas. Apparelhos diversos para facilitar a passagem das curvas. Systemas propostos para vencer as rampas excepcionaes. Motores diversos.

7. *Exploração.* — Serviço de via e obras. Serviço de tracção. Serviço de movimento e trafego. Administração central.

II—Pontes

a)—Introducção.

Historia e classificação das pontes. Situação, direcção e largura das pontes. Vasão dos rios. Secção de fluxo das pontes. Vãos das pontes. Embocaduras e avenidas. Systemas especiaes de fundações.

b)—Pontes de pedra

1. *Arcos das pontes.*—Numero, abertura e flecha dos arcos. Diversas fórmas d'abobadas. Condições d'estabilidade. Espessura no fecho e nas impostas.

2. *Pilares e encontros.*—Condições d'estabilidade. Espessura. Talhamares.

3. *Construcção.*—Construcção dos arcos de cantaria e alvenaria. Assentamento das abobadas. Apparelho das abobadas e das testas. Chapas. Esgoto das aguas. Perfil da calçada. Passeios. Guardas. Construcção dos pilares e encontros.

4. *Simples das pontes.* Simples abertos. Simples apoiados. Descintramento.

c)—Pontes de madeira

1. *Apoios.*—Estacadas simples e em andares. Apoios d'alvenaria.

2. *Tramos.*—Vigas simples. Vigas armadas. Vigas em arco. Vigas americanas.

3. *Montagem*—Taboleiro. Guardas.

d)—Pontes metallicas

1 *Generalidades.*—Diversas qualidades de ferro empregadas na construcção das pontes. Classificação das pontes metallicas.

2. *Systemas de pontes metallicas*—Vigas simples.—Vigas armadas. Vigas de rotula. Vigas americanas. Pontes em arco.

3. *Construcção.*—Pilares e encontros. Montagem. Taboleiro. Guardas. Placas e rolos de fricção. Arrebitagens.

e)—Pontes suspensas

1. *Generalidades.*

2. *Cadeias de suspensão.* Apoios. Amarração dos cabos.

3. *Construcção.*—Fabrico e collocação dos cabos. Taboleiro. Guardas.

f)—Pontes moveis

1. *Generalidades.*

2. *Systemas de pontes moveis.*—Pontes levadiças. Pontes rolantes. Pontes girantes.

*

g)—Conclusão

1. Comparação dos differentes systemas de pontes.
2. Provas das pontes.
3. Organisação dos projectos de pontes.

XV Cadeira — Montanistica e docimasia

(Curso biennal)

1.º anno: — 1.ª parte — Docimasia; 2.ª parte — Metallurgia
2.º annó: — Arte de minas

(6 HORAS SEMANAES)

I. — ARTE DE MINAS

Noções geraes e trabalhos de pesquisa e exploração. a).—Classificação e relações geologicas dos jazigos.

b). — Modos de pesquisa e exploração. Sondagens e apparelhos n'ellas usados.

c). — Regimen dos jazigos e suas irregularidades. Meios de reconhecimento quando essas irregularidades desviarem o jazigo, principalmente no caso dos filões.

d). — Meios de avaliar a riquesa de um jazigo e as condições economicas da sua lavra.

Desmontes. a). — Por meio de ferramenta usada geralmente nas terraplanagens.

b). — Emprego de meios auxiliares, como a agua, o fogo e os diversos agentes explosivos.

c). — Apparelhos mecanicos usados nos desmontes e perfurações subterraneas.

Galerias e poços. a). —Perfuração de galerias. — Suas dimensões e revestimento, segundo a naturesa do solo e materiaes disponiveis.

b). — Escolha dos pontos de collocação dos póços, condições a que teem de satisfazer estes ultimos. Dimensões.

c). — Methodos de perfuração dos póços segundo a natureza do terreno. Processos de Guiball, Triger, Kind e Chandron.

d). — Revestimento dos póços.

Methodos de lavra. a). — Condições a que deve satisfazer uma boa disposição dos trabalhos de lavra.

b). — Divisão do jazigo em andares e rede de galerias em cada andar.

c). — Descripção dos diversos methodos de lavra, sua critica e applicação aos diversos typos de jazigos, segundo as suas condições e regimen.

Transportes no interior das minas. a). — Da frente de ataque até ás galerias, meios antigos e modernos.

b). — Transporte nas galerias. Vias ferreas, condições do seu traçado e installação.

c). — Material rolante. Typos dos vehiculos e detalhes das suas differentes partes.

d). — Canaes no interior das minas.

Tracção. a). — Applicação dos motores de sangue e casos em que se torna dificiente.

b). — Motores mecanicos.

c). — Diversos modos de tracção.

d). — Planos inclinados automotores e bis-automotores.

Extracção. a). — Movimentos nos póços; condições a que devem satisfazer.

b). — Motores empregados, e sua discripção e critica.

c). — Orgãos de transmissão, taes como tambores, bobinas, roldanas, polés e cabos metallicos e não metallicos.

d). — Influencia do peso do cabo na marcha do serviço de extracção. Meios de reduzir aquelle peso. Cabos atenuados ou de secção variavel.

e). — Vehiculos em que é tirado o minereo, taes como baldes, baldes-wagões e wagões propriamente ditos, suas dimensões e capacidade. Emprego das jaulas, sua utilidade e manobra.

f). — Communicação do machinista com os diversos andares da mina. Signaes e meios que lhe indiquem a marcha das jaulas no interior do poço e que evitem o choque das mesmas contra as polés.

Circulação dos operarios nos póços. a). — Escadas fixas, sua installação e influencia sobre o trabalho e a saude dos operarios. Escadas moveis simples e duplas. Circulação nos baldes de extracção, seus perigos e inconvenientes.

b). — Emprego das jaulas para a subida e descida dos operarios. Meios de segurança para evitar a queda de uma jaula no caso de ruptura de um cabo. Varios typos de para-quedas e sua critica.

Esgôtos. a). — Infiltrações, causas que as produzem e meios de as combater.

b). — Camadas aquiferas internas, revestimentos e obras a fazer n'este caso. Galerias de esgôto.

c). — Bombas de esgôto, seus differentes typos e installação. Outros apparelhos de esgôto.

Ventilação. a). — Necessidade da renovação do ar nos trabalhos subterraneos. Casos em que essa renovação se póde fazer naturalmente e meios de dirigir e distribuir a corrente.

b). — Casos em que é forçoso recorrer á ventilação forçada. Ventilação por meio de fócos calorificos. Injecção de vapores e chuva artificial.

c). — Ventilação por meio de apparelhos compressores e aspiradores. Ventiladores de força centrifuga.

Illuminação. a). — Precauções a tomar no serviço de illuminação das minas. Lampadas ordinarias. Lampadas de segurança.

b). — Illuminação electrica. Focos fixos e lampadas moveis.

Installações especiaes no interior das minas taes como: machinas fixas, focos calorificos para a ventilação, estribarias, etc.

Incendios e accidentes nas minas; meios de soccorro.

Transporte exterior. a). — Transporte do minereo ou para os ateliers de preparação mecanica, ou para caes de embarque ou estações de caminho

de ferro, por onde tem de transitar até o seu destino. Condições em que esse transporte tem de ser effectuado.

Trabalhos de lavra a céo aberto.—Casos em que a lavra póde ser feita a céo descoberto.—Exploração de pedreiras e jazigos superficiaes.

Aguas mineraes, sua exploração, captagem e canalisação.

Preparação mecanica dos minereos (parte supplementar). a).—A preparação mecanica é essencial para o tratamento metallurgico dos minereos. Condições a attender para se obter uma boa preparação mecanica e serie de operações a realisar.

b).—Descripção dos apparelhos usados na trituração, lavagem, separação e classificação dos minereos.

c).—Disposição dos apparelhos de preparação mecanica de modo a tornar-se economica essa preparação.

II—METALLURGIA

METALLURGIA GERAL

a).—*Definições. Processos metallurgicos* em geral e sua distribuição em 3 classes:—1.ª via secca; 2.ª via humida; 3.ª electrolyse. Serie de operações que envolvem.

b).—*Apparelhos metallurgicos* e sua divisão em:

1.º—Fórnos, sua classificação, fórmas, modo de construcção e de funccionar.

2.º—Machinas soprantes, seus diversos typos e modo de funccionar.

3.º—Apparelhos para o aquecimento do ar e insuflar nos fórnos.

c).—*Agentes metallurgicos*:

1.º—Combustiveis naturaes. Estudo dos diversos combustiveis vegetaes e mineraes sob o ponto de vista da sua natureza e poder calorifico.

2.º—Combustiveis artificiaes; diversos meios de os preparar e seu uso.

3.º—Agentes oxidentes, sua natureza e usos.

4.º—Agentes reductores, sua natureza e usos.

5.º—Agentes chlororantes, sulfurantes e dissolventes em geral; agentes de gazeificação.

6.º—Fundentes; sua theoria e emprego. Productos da acção dos fundentes.

METALLURGIA ESPECIAL

Ferro. a).—Resumo historico da metallurgia do ferro; propriedades, usos e minereos.

b).—Processos que dão o ferro ductil pelo methodo directo: 1.º processo catalão; 2.º processo de Finlandia.

c).—Processos que dão o ferro ductil pelo methodo indirecto:—1.º Fusão nos altos fórnos e sua theoria. Marcha geral da operação. 2.º Conversão do ferro coado em ferro doce. Afinação franceza. Puddlagem a braço e mecanica. Fórnos rotatorios de Danks e Pernot.

d). — Fabricação do aço em forjas, por cementação, pelo processo Bessemer, e pelo processo Martin.

Cobre. *a*). — Propriedades e usos do cobre; seus minereos. Resumo historico da metallurgia do cobre.

b). — Tratamento dos minereos de cobre por via sècca. Processo continental. Processo do paiz de Galles. Processo americano (de Boston).

c). — Tratamento dos minereos de cobre por via humida, considerações geraes em que se funda. Processos por sulfatisação. Processos por chlororação. Processos mixtos e fundados sobre as reacções do acido acetico e outros reactivos.

d). — Processos electrolyticos de Elkington, Cobley, Keith, Roesing, Blas & Miest.

e). — Ligas de cobre e suas applicações industriaes.

Chumbo. *a*). — Usos do chumbo e seus minereos.

b). — Tratamento dos minereos sulfurados de chumbo em fórnos de reverbero, pelos processos corinthio, inglez, hespanhol e francez.

c). — Tratamento dos minereos sulfurados em fórnos de cuva: — 1.º sem calcinação prévia (processos do alto Hartz, de Tarnowitz, de Harggerode); 2.º com calcinação prévia (processos do baixo Hartz, de Przibram, de Pontgibaud, de Pisa e de Freiberg).

d). — Processos mixtos. (Ustulação e precipitação).

e). — Processos do Cornwall.

f). — Tratamento dos minereos oxydados do chumbo pelos processos do Altai e de Cartagena.

g). — Afinação do chumbo (pela oxidação parcial ao reverbero, pela acção de reactivos chimicos, pela liquatação seguida de oxidação parcial).

Prata. *a*). — Extracção da prata nos chumbos de obra pelos processos de patinsonagem, copellação e zincagem.

b). — Separação da prata no cobre bruto e mattas cupro-argentiferas (pelo processo da liquatação, pela amalgamação, e processos de Augustin e Ziervogel e de dissolução directa).

c). — Extracção da prata dos seus minereos propriamente ditos por fusão com chumbo (antigo processo de Freiberg), e por amalgamação (europea e americana).

d). — Processos de extracção por via humida, taes como o de Joachimsthal.

e). — Processos de afinação da prata.

Ouro. *a*). — Minereos de ouro e seus jasigos.

b). — Tratamento dos minereos de ouro por amalgamação, por fusão e pelo chloro.

c). — Separação final do ouro pelo sulfureto d'antimonio, pelo enxofre e lithargyrio, por cimentação e por inquartação.

Estanho. *a*). — Tratamento da cassiterite em fórnos de manga pelos processos saxão, bohemio, e inglez.

b). — Tratamento em fórnos de reverbero.

c). — Refinação do estanho.

Antimonio. *a*). — Extracção do antimonio pelo processo da liquatação em cadinhos e em fórnos.

b). — Processos, sem prévia liquatação, em fórnos de reverbero e em fórnos de manga.

c). — Refinação do antimonio.

Zinco. a). — Minereos de zinco e seu tratamento pelos processos: belga, silesiano, inglez, corinthio e hungaro.

b). — Refinação do zinco.

III — DOCIMASIA

GENERALIDADES

a). — *Objecto da docimasia. Processos docimasticos* em geral e sua classificação em: — 1.º Processos por via secca; 2.º — Processos por via humida; — 3.º Processos electrolyticos.

b). — *Apparelhos* usados nos processos por via secca, a saber: — Maçarico. — Fornos e vasos diversos, seu uso.

c). — Vasos usados nos processos por via humida, taes como chupetas, galhetas, balões e frascos graduados; sua descripção e uso.

d). — Apparelhos usados nos processos electrolyticos, especialmente os elementos galvanicos de Meidinger, de Kruger, de Pineus, etc.

e). — Reactivos e reagentes empregados nos processos docimasticos, seu uso e meios de verificação.

PARTE ESPECIAL

Ferro. a). — Principaes minereos do ferro e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem do ferro nos seus principaes minereos por via secca: — processo allemão, processo inglez.

c). — Dosagem do ferro nos seus principaes minereos por via humida: processos volumetricos oxydantes de Marguerittе, Penny, etc.; processos volumetricos reductores de Mohr, Ondemans, Fresenius, Winkler, Weil; methodo ponderal de Fuchs.

d). — Analyses do ferro coalhado, do ferro doce e do aço. Dosagem do carbono, do silicio, do enxofre, do phosphoro e do manganesio contidos n'estes productos.

Cobre. a). — Minereos do cobre e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem do cobre nos seus principaes minereos por via secca: — processo allemão, processo inglez.

c). — Dosagem do cobre por via humida: — pelos processos volumetricos de Galleti, Pelouze, Vollhard, Mohr, Haen, Weyl, Parkes e Steinbeck: pelos processos colorimetricos; pelos processos ponderaes.

d). — Dosagem do cobre pelos processos electrolyticos.

e). — Dosagem e separação do cobre nas ligas mais usuaes.

f). — Dosagem do enxofre, arsenio, carbono no cobre metallico.

Chumbo. a). — Minereos do chumbo e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem do chumbo por via secca.

c). — Dosagem do chumbo por via humida (processos volumetricos e ponderaes).

d). — Processos electrolyticos.

e). — Analyse do chumbo do commercio, do chumbo de obra e dos productos industriaes do chumbo.

Prata. *a*). — Minereos de prata e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem da prata por via secca (copellação).

c). — Dosagem pelos processos por via humida de Gay-Sussac, Vollhard, Pisani.

d). — Dosagem da prata nos productos industriaes, nas moedas e no chumbo.

Ouro. *a*). — Dosagem do ouro por via secca.

b). — Dosagem do ouro por via humida.

c). — Dosagem do ouro por via secca e via humida combinadas.

d). — Dosagem do ouro nos productos industriaes. Separação do ouro e da prata. Inquartação.

Estanho. *a*). — Minereos de estanho e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem do estanho na *cassiterite* por via secca, e por via secca e humida combinadas.

c). — Processos volumetricos de dosagem do estanho.

d). — Ensaio do estanho metallico e dosagem do antimonio, arsenio e tungsteno n'elle contidos.

e). — Dosagem do estanho nas suas principaes ligas.

Zinco. *a*). — Minereos de zinco e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem do zinco por via secca.

c). — Dosagem do zinco pelos processos volumetricos de Galleti, Kieffer, Schwarz.

d). — Dosagem pelo methodo ponderal de Hampe.

e). — Dosagem pela electrolyse.

f). — Dosagem do zinco metallico e do ferro n'elle existente.

Antimonio. *a*). — Seus minereos e caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem por via secca.

c). — Dosagem por via humida (processos volumetricos e ponderal de Becquer).

d. — Dosagem do arsenico no antimonio metallico.

Manganesio. *a*). — Minereos de manganesio e seus caracteres ao maçarico.

b). — Dosagem da pyrolusite, sob o ponto de vista industrial, pelos processos volumetricos e ponderaes.

c). — Dosagem dos differentes oxidos de manganesio existentes n'um mesmo minereo de manganesio.

d. — Dosagem do manganesio no ferro e seus minereos.

PARTE SUPPLEMENTAR

a). — Analyse do ar no interior das minas.

b). — Apparelhos especiaes para a dosagem rapida do grisou.

c). — Apparelhos para a dosagem rapida dos gazes dos fórnos metallurgicos.

d). — Analyse de aguas potaveis. Hydrotimetria.

e).— Ensaio e analyse de aguas a empregar em machinas a vapor.

f).— Analyse qualitativa e dosagem de aguas mineraes. Trabalhos a fazer nas nascentes. Trabalhos nos laboratorios.

XVI Cadeira — Economia politica; estatistica; principios de direito publico, administrativo e commercial; legislação.

Lente *A. Lobo.* (Seis horas semanaes)

PRIMEIRA PARTE

ECONOMIA POLITICA

1.— Definições de economia politica, riqueza, valor, utilidade e suas especies.

2.— Producção. Em que consiste o aperfeiçoamento da producção. Agentes da producção. Intervenção dos agentes naturaes em toda a producção.

3.— Trabalho, productivo e improductivo. Divisão do trabalho, limites naturaes, vantagens e inconvenientes da divisão do trabalho. Cooperação. Classificação das industrias, e influencia geral de cada uma d'ellas na producção.

4.— Cabedaes, materiaes e immateriaes, productivos e improductivos, activos e inactivos. Capital fixo e circulante. Influencia dos cabedaes na producção.

5.— Cabedaes (continuação). Machinas, suas vantagens e inconvenientes. Moeda, sua funcção economica.

6.— Moeda (continuação). Qualidades que deve ter a mercadoria intermediaria das trocas. Metaes preciosos. Unidade monetaria. Moeda subsidiaria. Cunhagem. Legislação patria acerca de moeda.

7.— Moeda (continuação). Papel moeda, seus inconvenientes.

8.— Cabedaes (continuação). Cabedaes immateriaes: instrucção, bons costumes, credito. O credito é um cabedal como a moeda, a qual não tem outro fim senão supprir a falta ou as dificiencias do credito. Especies de credito, real e pessoal.

9.— Credito (continuação). Credito pessoal, instrumentos de credito.

10.— Credito (continuação). Estabelecimentos de credito. Bancos, operações bancarias, especies de bancos. Notas de banco, sua utilidade, differença entre as notas e o papel-moeda. Limites naturaes da emissão. Monopolio ou liberdade de bancos.

11 e 12.— Cabedaes (continuação). Formação, conservação, renovação e transmissão dos cabedaes materiaes. Liberdade. Propriedade. Segurança. Direito de testar. Direitos de transmissão.

13.— Formação dos cabedaes materiaes. Caixas economicas. Seguros.

14.— Cabedaes (continuação). Formação e realisação dos cabedaes pessoaes ou immateriaes.

Propriedade litteraria, artistica e de invenções.

15.—Continuação. Associação, seus principaes typos, sua força.

16.—Continuação da doutrina da realisação dos cabedaes pessoaes. Seguro de vidas. Monte-pios. Da instrucção tratar-se-ha no direito administrativo.

17 e 18.—Distribuição das riquezas. Theoria dos mercados. Dos preços. Leis dos preços. Tendencia para o equilibrio.

19.—Preços (continuação). Crises alimenticias.

20.—Preços (continuação). Crises commerciaes e industriaes.

21.—Lucros e aluguer dos cabedaes. Lei geral. Do juro, lei natural, taxa legal.

22 e 23.—Aluguer da terra. Discussão da theoria da renda de David Ricardo. Direitos da sociedade a respeito das terras incultas; discussão ácerca do direito de occupação.

24 e 25.—Salario. Leis naturaes dos salarios. Causas perturbadoras.

26.—Salario (continuação). Do supposto antagonismo entre o salario e o capital. Remuneração das funcções publicas.

27.—Emprego da riqueza. Consumo reproductivo e não reproductivo. Consumo não reproductivo, luxo e prodigalidade, leis sumptuarias.

28.—Consumo reproductivo; recapitulação das materias dadas a respeito da formação e renovação dos cabedaes.

29 e 30.—Consumos publicos. Do Estado, sua missão. Principios mais importantes ácerca dos impostos. (A doutrina dos impostos será desenvolvida no direito administrativo).

31.—População — Exame da lei de Malthus. Verdadeiros principios.

32.—População (continuação). Emigração e colonias.

33 e 34.—Provas e contraprovas dos principios expostos. Organisação natural do trabalho. Harmonias economicas (resenha das principaes leis expostas durante o curso).

Organisação natural (continuação). Liberdade de commercio.

35 e 36.—Organisação artificial, systema protector, balança de commercio, etc.

37 e 38.—Organisação artificial (continuação). Cooperações, restricções, regulamentos.

39.—Organisação artificial (continuação). Communismo e socialismo. Creta e Esparta. Platão.

40.—Communismo (continuação). Communidades asceticas. Anabaptistas.

41.—Communismo e socialismo (continuação). Thomas Morus. Campanella. Morelly.

42.—Communistas modernos, Babeuf, La Mennais, Cabet, Pedro Lerox.

43.—Socialismo. S. Simão, Roberto Owen, Fourier.

44.—Socialismo. — Luiz Blanc, direito ao trabalho. Proudhon.

SEGUNDA PARTE

PRINCIPIOS DE DIREITO ADMINISTRATIVO

1.—Formas de governo. Breve historia do governo parlamentar em Portugal. A carta, o acto addicional, e a reforma de 1885.

Divisão dos poderes politicos. Poder legislativo; duas camaras; camara dos senadores; camara dos deputados.

2.—Attribuições principaes das côrtes. Privilegios dos membros de uma e outra camara.

3.—Poder executivo. Do rei, irresponsabilidade do rei, responsabilidade dos ministros. Attribuições principaes do poder executivo. Secretarias d'Estado, e indicação geral dos serviços que pertencem a cada uma.

4.—Poder moderador, sua missão e attribuições. Até que ponto são os ministros responsaveis pelos actos do poder moderador.

5.—Conselho d'Estado.

Poder judicial. Organisação. Em que consiste a independencia d'este poder. Da camara dos senadores como Tribunal de justiça.

6.—Do ministerio publico.

7.—Principaes garantias dos cidadãos, especialmente da liberdade de imprensa.

8.—Poder constituinte. Artigos constitucionaes e formalidades para a sua reforma. Delegação do poder legislativo. Suspensão de garantias.

Dictaduras, *bills* d'indemnidade. Modificações dos principios geraes de direito publico quanto ás provincias ultramarinas.

9.—Direito eleitoral. Systema da Carta, systema do acto addicional. Indicação das leis em vigor. Capacidade eleitoral activa e passiva. Recenceamento, recursos. Disposições mais importantes para manter a liberdade eleitoral.

10.—Administração. Natureza das funcções administrativas. Organisação do ministerio do reino. Divisão do territorio. Determinação dos limites, annexação e desannexação de freguezias ou parte d'ellas.

11.—Synopse da organisação administrativa. Juntas de parochia, organisação, lugar que occupam na administração, attribuições, regedores de parochia.

12.—Camaras, sua constituição. Rapida exposição das attribuições das camaras. Força e execução das suas posturas. (A exposição das attribuições das camaras tem só por fim dá a conhecer a natureza e importancia d'estas corporações; nos logares competentes se determinará mais amplamente a parte que lhe cabe em cada ramo da administração).

13.—Administradores de concelho ou bairro. Nomeação, gratificação, attribuições, delegação de attribuições nos regedores de parochia, e attribuições ordinarias dos mesmos regedores.

14.—Districtos. Governadores civis, nomeação, vencimentos, attribuições. Secretaria dos governos civis.

15.—Juntas geraes de districto, sua organisação, e attribuições. Commissão districtal. Concelhos de districto, sua constituição, e natureza das suas funcções em geral.

16.—Concelhos de districto (continuação); attribuições consultivas e contenciosas.

17.—Concelhos de districto (continuação), attribuições contenciosas. Principios geraes ácerca do contencioso administrativo. Generalidades ácerca do contencioso fiscal, de que se tratará mais amplamente nas lições sobre a fazenda publica.

18.—Supremo tribunal administrativo, sua constituição. Principaes termos do processo contencioso administrativo.

19.—Deveres da administração para com as pessoas, portuguezas e estrangeiras, definição. Dos estrangeiros, direito de azylo, extradicção, titulo de ligitimação e bilhetes de residencia, liberdade de cultos, direitos e deveres em materia civil, criminal e tributaria, naturalisação e seus effeitos.

20.—Deveres da administração para com as pessoas (continuação). Registo civil e ecclesiastico. Protecção aos incapazes, tutelas; abandonados, rodas, conselhos de beneficencia pupillar.

21.—Deveres (continuação). Protecção aos ausentes: no reino — curadoria; no estrangeiro — consulados, corpo diplomatico.

21.—Deveres (continuação). Pessoas moraes, sua capacidade civil. Leis de amortisação e desamortisação. Tutela administrativa, especialmente quanto aos actos das camaras municipaes e juntas de parochia.

22.—Deveres. Beneficencia. A caridade legal considerada economicamente. Soccorros publicos. Conselho geral de beneficencia. Estabelecimentos de beneficencia sujeitos immediatamente á administração publica ou subsidiados pelo Estado.

23.—Beneficencia (continuação). Estabelecimentos particulares e associações de piedade e beneficencia; principios da legislação que os rege, comprehendendo as leis vigentes de amortisação e desamortisação. Intervenção das auctoridades administrativas nos estabelecimentos de beneficencia de piedade; juntas de parochia. Principios legislativos ácerca dos legados pios.

24.—Deveres da administração quanto á segurança publica. Policia e suas divisões. Policia administrativa, funcções dos governos civis. Commissario de policia, e administradores de concelho. Corpos de policia. Guardas municipaes. Requisição de força publica. Considerações ácerca da policia preventiva: passaportes, restricções do direito á associação, etc.

25.—Policia sanitaria. Organisação d'este serviço. Junta consultiva de saude, serviço de saude nos districtos, concelhos e parochias.

Condições para o exercicio da medicina e pharmacia; deveres dos que exercem estas profissões. Boticas, armazens, lojas, etc.

26.—Saude publica (continuação). Vacina; prostituição, estabelecimentos insalubres, incommodos e perigosos; cemiterios e sua policia; pantanos e arrozaes.

27.—Saude publica (continuação). Estações maritimas de saude; lazaretos, quarentenas; providencias sanitarias a respeito dos navios que levam passageiros. Policia administrativa municipal, attribuições das camaras municipaes; partidos de medicina; guardas campestres.

28.—Policia judicial e correccional. Commissarios de policia e administradores de concelho. Termos principaes do processo criminal e correccional.

29.—Policia judicial (continuação). Classificação geral dos crimes; systema penal, penitenciarias e estabelecimentos penaes; prisão preventiva, fianças.

30 e 31.—Deveres da administração a respeito dos interesses moraes dos cidadãos. Instrucção e educação. Direcção geral e conselho superior de instrucção publica. Liberdade de ensino, restricções legaes.

Graus d'instrucção. Instrucção primaria, sua organisação em Portugal, comparada com a das outras nações cultas. Questões do ensino gratuito e obrigatorio.

32 e 33.—Instrucção (continuação). Instrucção real secundaria e superior. Instrucção classica secundaria e superior. Instrucção especial. Estabelecimentos diversos. Espectaculos publicos, sua influencia na instrucção e costumes, deveres das auctoridades administrativas a respeito dos espectaculos publicos.

34 e 35.—Deveres da administração quanto aos interesses moraes dos cidadãos (continuação). Religião, religião do Estado, liberdade de consciencia, casamento civil. Padroado. Beneplacito. Recurso á corôa. Concordatas.

36.—Religião (continuação). Dotação do culto catholico. Bulla da crusada. Congruas; leis de desamortisação a respeito dos bens ecclesiasticos. Deveres das juntas de parochia com relação ao culto catholico. Instrucção do clero.

37.—Deveres da administração a respeito dos interesses materiaes da sociedade. Organisação do ministerio das obras publicas, commercio e industria. Direcção dos correios e telegraphos. Serviço postal e telegraphico interno e internacional.

38.—Interesses materiaes (continuação). Obras publicas. Engenharia civil e militar. Expropriação por utilidade publica.

39.—Estradas e ruas das povoações. Classificação das estradas.

Relações do estado, dos districtos e dos concelhos com a viação publica.

40.—Caminhos de ferro, sua historia em Portugal. Policia dos caminhos de ferro.

41.—Principios fundamentaes da legislação patria ácerca de minas.

42, 43 e 44.—Regulamentos geraes para os serviços de obras publicas e minas; regulamentos de administração e contabilidade de obras publicas.

45.—Força publica. Organisação do exercito e marinha.

Recrutamento.

46 e 47.—Fazenda publica. Simples indicação das fontes de receita publica. Organisação do ministerio da fazenda. Pessoal das repartições de fazenda. Classificação legal das contribuições e ideia geral de cada uma d'estas. Questões economicas do imposto unico ou multiplo, do capital ou rendimento, proporcional ou progressivo.

48.—Contribuição predial. Se deve ser preferido o systema de quota, se o de repartição. Systema legal. Matrizes, sua formação, isempções, annullações e cobrança; reclamações e recursos. Deveres das diversas auctoridades administrativas e fiscaes no serviço da contribuição predial.

Contribuição industrial. Pessoas subjeitas a ella, isempções e excepções; taxas fixas, taxas variaveis, ordens de terras e classes d'industrias. Juntas de repartidores da contribuição industrial; gremios. Matrizes, lançamento e repartição, annullações, cobrança, reclamações e recursos. Attribuições das auctoridades administrativas e fiscaes no serviço da contribuição industrial. Imposto de pescado e de minas.

49.—Contribuição de renda de casas. Contribuição de registo, actos sobre que recahe, isempções, importancia do imposto nos diversos casos em que é devido, datas das leis e regulamentos ácerca d'esta contribuição. Au-

ctoridades que intervem no serviço da contribuição do registo. Contencioso fiscal.

50.—Contribuição bancaria; imposto de rendimento. Principaes disposições das leis vigentes sobre estes impostos.

Decima de juros, sua base, manifesto, recursos. Imposto de sello, noções geraes, legislação que as rege. Matriculas e cartas. Direitos de mercê. Emolumentos das secretarias d'Estado.

51.—Contribuições indirectas. Breves noções sobre ellas.

52.—Monopolios do Estado: moeda e casa da moeda; correios e telegraphos.

Divida publica.

53.—Contabilidade publica, e seu objecto e divisão em legislativa, administrativa e judiciaria. Contabilidade legislativa, lei annual de despeza, orçamento geral do Estado, sua formação, apresentação, approvação e effeitos, anno economico, creditos ordinarios, supplementares e extraordinarios.

Orçamento rectificado. Contabilidade administrativa. Repartições de contabilidade nos ministerios, repartição dos creditos legislativos, distribuição de fundos, liquidação, ordenamento e pagamento das despezas publicas, centralisação de contabilidade.

54.—Contabilidade judiciaria. Tribunal de contas, seu regimento. Contas dos ministerios, periodos de gerencia e de exercicios. Contas geraes do Thezouro e dos ministerios ás côrtes, encerramento difinitivo das contas dos exercicios findos, lei annual para o encerramento difinitivo dos exercicios findos, prescripção dos creditos legislativos.

55.—Organisação da fazenda publica nos districtos, comarcas e concelhos. Attribuições dos governadores civis, delegados do thezouro, thezoureiro pagador, administrador do concelho, escrivão de fazenda, recebedor e seus propostos.

Cobrança voluntaria, cobrança coerciva. Fiscalisação.

56.—Fazenda das corporações tanto administrativas como de piedade e beneficencia. Orçamentos geraes, orçamentos supplementares, despezas obrigatorias e facultativas; contas. — Da fazenda municipal em particular; despezas obrigatorias e facultativas e sua analyse.

57.—Fazenda municipal (continuação). Receitas ordinarias e extraordinarias, exame legal e economico de cada fonte de receita municipal. Bens municipaes, requesitos para a sua alienação. Questões com as Juntas de parochias ácerca de baldios, pastos e logradouros communs. Questões de limites.

58.—Fazenda municipal (continuação). Orçamento, formação, approvação, effeitos. Contabilidade municipal.

QUARTA PARTE

PRINCIPIOS DE DIREITO COMMERCIAL

1.—Divisão das materias do direito commercial — commercio terrestre, commercio maritimo, juiso commercial. Difinição do direito civil, caracter da lei mercantil. Relações entre o codigo civil e o commercial; disposições commerciaes em rasão das pessoas, e por effeito de certos actos; 1.º

em rasão das pessoas, commerciantes, requisitos para ser commerciante, capacidade legal, matricula, exercicio habitual de commercio; liberdade de exercer commercio, direito antigo e moderno ácerca da liberdade de commercio, restricções quanto aos corretores, despachantes etc.; licenças, menores, mulheres, estrangeiros. Vantagens de que gosam os commerciantes.

2.—Obrigações communs a todos os que professam o commercio. Registo publico do commercio, o que é, quem escreve n'elle, e seus fins em geral. Escripturação e correspondencia mercantil. Prestação de contas.

3.—Actos commerciaes, noção geral de cada um dos actos mencionados nos artigos 203 e 204 do codigo commercial.

4.—Contractos. Noções do mutuo e usura, commodato e aluguer, deposito e penhor, differenças entre estes contractos. Do mutuo commercial, nomenclatura do codigo civil, differenças entre a legislação commercial e civil, requisitos para que o mutuo seja mercantil, liberdade na estipulação dos juros segundo o codigo civil, falsa liberdade segundo o codigo commercial; juros legaes; differença essencial entre o mutuo e os outros contractos de credito mercantil nos seus effeitos a respeito de terceiro.

5.—Commodato, locação, conducção. Requisitos para que seja mercantil cada um d'estes contractos, direitos e obrigações que d'elles resultam.

Legislação especial ácerca das impreitadas contractadas com o governo ou com a administração do districto, municipio ou parochia.

6.—Deposito, penhor, fianças commerciaes.

Da troca e da compra e venda, definições, analogias e differenças, direitos e obrigações resultantes d'estes contractos.

7.—Lettras de cambio, definições e requesitos, origem e utilidade das lettras de cambio, sello das lettras. Direitos e obrigações que resultam d'ellas. Livranças, cheques, lettras de terra, cartas de credito.

8.—Mandato e commissão, gestão de negocios, definições, analogias e differenças, direitos e obrigações que resultam d'estes contractos. Negociantes de commissão, feitores, caixeiros, correctores.

9.—Associações commerciaes. Differentes especies d'ellas, principios communs a todas.

10.—Sociedades anonymas, sua utilidade, natureza, designação, constituição, administração, fiscalisação, dissolução e liquidação, direitos e obrigações dos accionistas, das sociedades e da direcção. Sociedades anonymas estrangeiras. Deveres do governo a respeito das sociedades anonymas.

11.—Sociedades cooperativas. Historia e indole d'estas associações. Exame da lei de 2 de julho de 1867.

12.—Sociedades com firma, de capital e industria, tacita, associação em conta de participação, parceria mercantil, associação de terceiro á parte de um socio. Consignação em conta de participação e á commissão. Noções geraes.

13.—Sociedade (continuação). Formalidades da sociedade mercantil. Dos que podem ser socios e dos que são reputados socios commerciaes. Administração social, direitos e deveres dos socios entre si, para com a sociedade e para com terceiros.

14.—Sociedades (continuação). Dissolução e liquidação das sociedades. Arbitramento em sociedades.

15—Principios geraes ácerca das obrigações commerciaes e modos porque se dissolvem as provas.

16—Fallencias. Quebras, sua abertura, qualificação e effeitos, medidas provisorias, funcções do curador fiscal provisorio.

17—Fallencias (continuação). Ajuntamento dos credores, concordata, administradores da quebra, preferencias, rateio, rehabilitação do fallido, moratorias.

18—Commercio maritimo.—Embarcações, sua natureza, capacidade para as adquirir, modos de adquirição e seus effeitos, matricula, vistorias para que o navio possa ser apparelhado, ou tomar carga; embargos d'embarcação, privilegios; commercio entre portos nacionaes.

19—Parceria maritima, modos porque se faz. Responsabilidade e direitos dos donos, compartes, caixas, capitães, contra-mestres, pilotos, e sobrecargas dos navios.

20—Ajuste e soldadas dos officiaes e gentes da tripulação, seus direitos e obrigações.

21—Fretamentos e conhecimentos, fórma e objecto dos contractos de fretamento, e direitos que d'elles resultam. Conhecimentos, seus requisitos e effeitos.

22—Abalroação; quem, quando e como responde pelo damno causado por abalroação. Naufragio, varação e fragmentos naufragos, varas forçadas.

23—Contractos de risco, sua definição e requesitos, transferencia da lettra de risco. Seguro, natureza, objecto e fórma d'este contracto. Pessoas e objectos que podem segurar e ser segurados. Direitos e obrigações do segurador e segurado.

24—Seguros (continuação). Seguro de vidas, breve historia dos estabelecimentos de seguros de vidas em Portugal, tabellas de mortalidade, differentes fórmas porque se póde effectuar este seguro.

25—Avarias, definição, especies, regulação de avarias, repartição e contribuição. Extincção das obrigações em materia de commercio maritimo.

XVI Cadeira — Commercio

Lente *J. J. Rodrigues de Freitas*. Seis horas semanaes

(Curso biennal)

2.ª PARTE

I

GEOGRAPHIA COMMERCIAL

O interior do globo, a superficie da terra, a atmosphera. Condições da vida vegetal, regiões vegetaes, naturalisação das plantas. Condições da vida animal, regiões zoologicas, acclimação e acclimamento.

Condições da vida humana. Acção reciproca do mundo externo e do homem. População do globo e das suas grandes divisões. Chrematogenia: utilidade e valor; riqueza; industria. Evolução industrial: o capital. Orga-

nisação social do trabalho; divisão d'elle; funcções economicas; o valor social e a moeda; as fórmas da distribuição. Raças humanas. Superficie e população das principaes nações commerciaes. Centros de producção; praças e portos mais importantes; vias de communicação; importação e exportação.

Geographia de Portugal. Situação, limites, dimensões. A terra e as aguas; a atmosphera. O homem e a sociedade (população, industria em geral, instituições economicas, riquesa publica). Resumo da historia economica de Portugal.

Emigração e colonisação. A emigração propriamente dita e o desenvolvimento quantitativo e qualitativo do homem; a emigração e a miseria. Acclimabilidade, acclimação, acclimamento. Diffusão e combinação das civilisações; forças attrahentes e repulsivas. A emigração, os paizes de origem e os de destino. Tres especies de colonias; regimen de cada uma d'ellas. Preparativos de colonisação. As colonias e a sua transformação em nações independentes. Resumo da historia da colonisação portugueza. Estado actual das nosssas colonias.

II

ECONOMIA COMMERCIAL

Commercio; distincção entre elle e a industria transportadora. Commercio por grosso e de retalho; ordinario e de especulação; activo e passivo; geral e especial; por conta propria e alheia; reexportação e transito.

Organisação das emprezas commerciaes; applicação da lei do maximo effeito. Recursos reaes: dinheiro, e mercadorias em geral; titulos, valores fundiarios. Recursos pessoaes: probidade, instrucção, economia, amor do trabalho, methodo. A grandesa dos recursos e a amplitude da empresa. Multiplicidade dos ramos do negocio. Direcção superior da empresa; exame directo. Estabelecimento de relações com os productores e consumidores. Claresa nos contractos; publicidade. Transacções a dinheiro e fiado.

O credito e os recursos proprios. Os gastos pessoaes e a economia. Perigo de attingir os limites do credito.

Exame dos elementos do preço de custo. Gastos geraes e especiaes.

Caravanas, feiras e exposições. Bolsas. Camaras e associações commerciaes. Circulares, estatisticas mercantis. Consulados. Escolas commerciaes.

Alfandegas. Pautas e sua organisação. Direitos: especificos e *ad valorem*, estatisticos, protectores, fiscaes, prohibitivos, addicionaes, differenciaes. Disposições especiaes sobre tecidos mixtos e bordados. Regimen de excepção. Isenções e restituições (*drawbacks*). Taras. Prohibições e restricções. Formalidades do despacho. Armazenagem. Emolumentos. Pautas convencionaes.

Impostos de tonelagem. Arqueação de navios. Nacionalisação das embarcações. Quarentenas. Direitos sanitarios.

Contestações sobre despacho de mercadorias. Ommissões. Conselho das alfandegas.

Exposição e critica das doutrinas sobre commercio internacional:

a) Balança de commercio. Systema mercantil.

b) Systema proteccionista, particularmente o de List e o de H. Carey.

c) Liberdade de commercio. As reformas aduaneiras variando em cada estado social. Os fundadores da sciencia economica e o livre cambio. A escóla historica. Erro de Bastiat.

Principaes reformas aduaneiras em Portugal desde as pautas de 10 de janeiro de 1837. O principal fim d'estas pautas não foi a *protecção*. Opiniões de Passos Manoel a este respeito. Representações de fabricantes do Porto contra essas pautas. Relatorio da commissão de pautas.

Principaes reformas aduaneiras no estrangeiro.

Resumo da legislação colonial sobre importação e exportação de mercadorias.

Impostos de consumo; real de agua, pauta da alfandega de consumo em Lisboa; imposto sobre o vinho no Porto. Impostos especiaes para melhoramentos de portos, obras da Bolsa e do Tribunal do Commercio no Porto.

Imposto do pescado.

Legislação sobre caminhos de ferro, correios, telegraphos, pesos e medidas.

Seguros. Mutuos e por premio. De vidas; contra fogo, sinistros maritimos e fluviaes. Seguro de gados.

Moeda. Systema monetario portuguez. Porque se adoptaram as bases do systema inglez. Estado da circulação monetaria em 1854. Estatistica da cunhagem. Importação e exportação de moeda. Influencia do direito de exportação; variação d'elle desde 1837. A massa monetaria circulante em Portugal (Calculos dos snrs. Barros Gomes e Ottomar Haupt). Variação do valor do real de ouro e de prata desde o seculo 15.º

Moeda de cobre e bronze; notas de cobre. Legislação a este respeito desde o seculo 17.º

Legislação monetaria das ilhas adjacentes. A moeda nas provincias ultramarinas.

Systemas monetarios estrangeiros.

Uniformidade monetaria; trabalhos diplomaticos e legislativos a este respeito.

O bimetallismo. A baixa do valor da prata precedeu a reforma allemã. Augmento da producção da prata e diminuição da do ouro nos ultimos tempos. Influencia d'aquella reforma. O *Bland-bill* e seus effeitos. As conferencias de Paris e a de Colonia; exame das doutrinas ahi expostas. Effeitos provaveis do bimetallismo sobre a producção do ouro. Producção dos metaes preciosos em geral. Producção em Portugal. Importação de ouro do Brazil. Exame dos dados estatisticos sobre variação dos preços segundo Soetbeer, Ervin Nasse e Giffen.

Technica da moeda: as materias primas, a liga, o peso, a forma, o corte ou a divisão, a tolerancia, o gasto.

Cambios: as transacções internacionaes e os meios de pagamento. Elementos do preço do cambio, e seus limites. O regimen monetario e o cambio; factos occorridos em Portugal e no Brazil. Exemplos de grandes operações cambiaes: a indemnisação paga pela França á Allemanha.

Erro da lei cambial de Lefèvre.

Breves noções historicas do commercio cambial.

Credito; suas operações e instituições. Collectores e distribuidores de dinheiro.

Caixas economicas; historia das portuguezas; aperfeiçoamentos introduzidos nas estrangeiras.

Bancos de commercio, e suas operações. Importancia da relação entre as dividas activas e as passivas; disponibilidade dos capitaes; emprestimos a curto e a longo praso; depositos á vista com abono de juro e sem elle.

Systemas bancarios. Principaes bancos estrangeiros. Exame historico e critico dos bancos portuguezes.

Exame especial das doutrinas sobre emissão de notas e da legislação europea e americana e este respeito.

Credito predial. Exame da legislação portugueza e da Companhia de Credito Predial. Credito agricola. Credito movel. Bancos populares.

Emprestimos publicos: modos de os realisar.

Divida publica, perpetua, amortisavel, fluctuante; conversão e consolidação. Reducção do juro. Junta do Credito Publico. Caixa de Depositos. Noções historicas sobre a nossa divida.

Operações de Bolsa. As Bolsas de Londres, Paris e Lisboa.

Papel moeda; diversas denominações. Relação entre a quantidade d'este papel e as necessidades da circulação. Applicação da lei de Gresham. O curso forçado, os cambios e os preços no interior. Restabelecimento das condições physiologicas da circulação monetaria; a elevação do curso e a diminuição do valor nominal.

Resumo da historia do papel moeda em Portugal.

Moeda fiduciaria emittida pelo thesouro; curso legal, e convertibilidade d'ella.

Perturbações economicas do mercado. Crises commerciaes; historia das mais notaveis desde o seculo 15.°, e especialmente das de Portugal em 1846 e 1876.

Doutrinas de J. B. Say, Caquelin, Wilson, Stuart Mill e Peshine Smith. A periocidade das crises, e as observações de Juglar. As manchas do sol e as crises (doutrina de Stanley Jevons); exame da critica de Foville. Doutrina de Rodbertus e sua critica. O cambio e as crises, segundo Juglar e Laveleye. Comparação do abatimento economico de 1819-1830 com o estado actual do mercado. Opinião de Laveleye; critica a este respeito.

Crises financeiras no estrangeiro, especialmente a de Law e dos assignados.

Augmento da solidariedade economica entre os individuos, e entre as nações; constituição de uma especie de *estado* universal. Poder crescente do individuo e da sociedade para combater as crises.

§ 16

Plano dos estudos dos diversos cursos da Academia Polytechnica

(*DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1885*)

I — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE OBRAS PUBLICAS

1.° ANNO	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
44. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Chimica prática	.	2
	12	10
	22	

2.° ANNO	Lições	Exercicios
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Chimica analytica	2	.
45. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
Chimica prática	.	2
	14	12
	26	

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
3.º ANNO		
3. Mecanica racional; cinematica...........	6	.
4. Geometria descriptiva I................	6	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo....	4	.
46. Desenho.............................	.	6
5. Exercicios de geometria descriptiva I......	.	2
	16	8
	24	
4.º ANNO		
8. Astronomia e geodesia..................	6	.
6. Geometria descriptiva II................	2	.
17. Mineralogia; paleontologia e geologia.....	6	.
18. Botanica geral.....	6	.
7. Exercicios de geometria descriptiva II.....	.	2
Mineralogia prática..................	.	2
Excursões geologicas.		
	20	4
	24	
5.º ANNO		
9. Topographia...........................	2	.
22. Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções..........................	6	.
24. Hydraulica e machinas I ou II..........	6	.
30. Construcções I ou II	6	.
23. Projectos de construcções...............	.	2
25. Projectos de hydraulica e machinas I ou II.	.	6
Exercicios praticos de topographia........	.	2
Missões.		
	20	10
	30	

6.º ANNO	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
26. Hydraulica e machinas I ou II	6	.
32. Construcções II ou I	6	.
40. Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	2	.
33. Projectos de construcções II ou I	.	6
27. Projectos de machinas II ou I	.	6
Missões.		
	14	12
	26	

II — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE MINAS

1.º ANNO	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
44. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Chimica prática	.	2
	12	10
	22	

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
2.º ANNO		
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Chimica analytica	2	.
45. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
Chimica prática	.	2
	14	12
	26	
3.º ANNO		
3. Mecanica racional; cinematica	6	.
4. Geometria descriptiva I	6	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	4	.
46. Desenho	.	6
5. Exercicios de geometria descriptiva I	.	2
	16	8
	24	
4.º ANNO		
8. Astronomia e geodesia	6	.
6. Geometria descriptiva II	2	.
17. Mineralogia; paleontologia e geologia	6	.
18. Botanica geral	6	.
7. Exercicios de geometria descriptiva II	.	2
Mineralogia prática	.	2
Excursões geologicas.		
	20	4
	24	

5.º ANNO	Numero de horas semanaes — Lições	Exercicios
9. Topographia	2	.
22. Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções	6	.
24. Hydraulica e machinas I ou II	6	.
37. Montanistica e docimasia I ou II	6	.
25. Projectos de hydraulica e machinas I ou II.	.	6
38. Projectos de arte de minas	.	6
Exercicios praticos de topographia	.	2
Missões.		
	20	14
	34	

6.º ANNO	Lições	Exercicios
26. Hydraulica e machinas II ou I	6	.
34 e 35. Montanistica e docimasia II ou I	6	.
40. Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	2	.
27. Projectos de machinas	.	6
36. Projectos de metallurgia	.	2
Exercicios de docimasia	.	2
Missões.		
	14	10
	24	

III — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS INDUSTRIAES

	Numero de horas semanaes	
1.º ANNO	Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
44. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Chimica prática	.	2
	12	10
	22	
2.º ANNO		
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Chimica analytica	2	.
45. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
Chimica prática	.	2
	14	12
	26	

3.° ANNO	Numero de horas semanaes — Lições	Exercicios
3. Mecanica racional; cinematica	6	.
4. Geometria descriptiva I................	2	.
14. Chimica organica e biologica............	4	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo....	4	.
46. Desenho............................	.	6
5. Exercicio de geometria descriptiva I.......	.	2
Chimica prática......................	.	2
	16	10
	26	

4.° ANNO	Lições	Exercicios
6. Geometria descriptiva II................	2	.
17. Mineralogia; paleontologia e geologia.....	6	.
18. Botanica geral........................	6	.
20. Zoologia geral........................	6	.
7. Exercicios de geometria descriptiva II.....	.	2
Mineralogia prática..........	.	2
Excursões geologicas.		
	20	4
	24	

5.° ANNO	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
22. Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções	6	.
24. Hydraulica e machinas I ou II	6	.
13. Chimica inorganica industrial	2	.
19. Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal	2	.
42. Contabilidade industrial (n'este anno ou no 6.°)	2	.
28. Projectos relativos a machinas e a chimica industrial	.	6
Missões.		
	18	6
	24	

6.° ANNO	Lições	Exercicios
26. Hydraulica e machinas II ou I	6	.
16. Chimica organica industrial	2	.
11. Physica industrial	2	.
21. Zoologia industrial. Materias primas de origem animal	2	.
40. Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	2	.
42. Contabilidade industrial (n'este anno ou no 5.°)	2	.
29. Projectos de machinas e de physica e chimica industrial	.	6
Missões.		
	16	6
	22	

IV — CURSO DE COMMERCIO

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
1.º ANNO		
10. Physica geral	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
Physica prática, especialmente trabalho com o microscopio	.	2
Chimica prática	.	2
	12	4
	16	
2.º ANNO		
43. Commercio I ou II	6	.
19. Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal	2	.
15. Chimica analytica	2	.
Chimica prática	.	2
	10	2
	12	
3.º ANNO		
41 e 42. Commercio II ou I	6	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, direito administrativo e commercial	4	.
21. Zoologia industrial. Materias primas de origem animal	2	.
47. Analyse chimica commercial	.	2
	12	2
	14	

V — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCÓLA DO EXERCITO

a. Para officiaes de estado maior e de engenheria militar; e para engenheria civil.

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
1.º ANNO		
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
44. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Chimica prática	.	2
	12	10
	22	
2.º ANNO		
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Chimica analytica	2	.
45. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
Chimica prática	.	2
	14	12
	26	

3.º ANNO	Numero de horas semanaes: Lições	Exercicios
3. Mecanica racional; cinematica...........	6	.
4. Geometria descriptiva I..........	6	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo.....	4	.
46. Desenho..........................	.	6
5. Exercicios de geometria descriptiva I.....	.	2
	16	8
	24	

4.º ANNO	Lições	Exercicios
8. Astronomia e geodesia.................	6	.
6. Geometria descriptiva II................	2	.
17. Mineralogia; paleontologia e geologia....	6	.
18. Botanica geral......................	6	.
7. Exercicios de geometria descriptiva II.....	.	2
Mineralogia prática....................	.	2
Excursões geologicas.		
	20	4
	24	

b. Para officiaes de artilheria.

1.º ANNO	Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica..................	6	.
12. Chimica inorganica geral...............	6	.
44. Desenho..........................	.	6
Exercicios de mathematica.............	.	2
Chimica prática......................	.	2
	12	10
	22	

	Numero de horas semanaes	
2.º ANNO	Lições	Exercicios
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Chimica analytica	2	.
45. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
Chimica prática	.	2
	14	12
	26	
3.º ANNO		
3. Mecanica racional; cinematica	6	.
4. Geometria descriptiva I	6	.
39. Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	4	.
46. Desenho	.	6
5. Exercicios de geometria descriptiva	.	2
	16	8
	24	

VI — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA NAVAL

a. Para officiaes de marinha.

	Numero de horas semanaes: Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
10. Physica geral	6	.
Exercicios de mathematica	.	2
Physica prática	.	2
	12	4
	16	

b. Para engenheiros constructores navaes.

1.° ANNO

	Lições	Exercicios
1. Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	6	.
12. Chimica inorganica geral	6	.
14. Desenho	.	6
Exercicios de mathematica	.	2
Chimica prática	.	2
	12	10
	22	

2.° ANNO

	Lições	Exercicios
2. Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	6	.
4. Geometria descriptiva I	6	.
10. Physica geral	6	.
15. Desenho	.	6
5. Exercicios de geometria descriptiva I	.	2
Physica prática	.	2
	18	10
	28	

3.º ANNO

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
3. Mecanica racional; cinematica...........	6	.
18. Botanica geral........................	6	.
16. Desenho.....	.	6
	12	6
	18	

VII—CURSO PREPARATORIO PARA AS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
10. Physica geral. Physica prática...........	6	2
12. Chimica inorganica geral. Chimica prática.	6	2
14 e 15. Chimica organica, biologica e analytica, Chimica prática......................	6	2
20. Zoologia geral.........................	6	.
18. Botanica geral.........................	6	.
	30	6
	36	

VIII — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA DE PHARMACIA NAS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

	Numero de horas semanaes	
	Lições	Exercicios
12. Chimica inorganica geral. Chimica prática.	6	2
14 e 15. Chimica organica, biologica e analytica. Chimica prática	6	2
18. Botanica geral	6	.
	18	4
	22	

O numero de horas de exercicios, projectos e trabalhos praticos é, no começo de cada anno, fixado pelo conselho academico.

§ 17

Livros que servem de texto e aconselhados para consulta nas diversas cadeiras no anno lectivo de 1885-1886

1.ª Cadeira.

Francœur (L. B.). — Geometria analytica por —, novamente traduzida, correcta e augmentada por Francisco de Castro Freire e Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto; 3.ª edição. Coimbra, 1871. 1 vol. in-4.° de 272 pag. e 5 est.

— Algebra superior por —, novamente traduzida, correcta e augmentada por Francisco de Castro Freire e Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto; 3.ª edição. Coimbra, 1871. 1 vol. in-4.° de 311 pag. e 1 est.

Gomes Teixeira (F.), — Fragmentos de um curso de analyse infinitesimal (em publicação).

2.ª Cadeira.

GILBERT (Ph.). — Cours d'analyse infinitésimale. Partie élementaire. 2ᵉ édition; 1 vol. in-8°. Paris et Louvain, 1878.

3.ª Cadeira.

LAURENT (H.). — Traité de Mécanique rationelle, à l'usage des candidats à l'Aggrégation et à la Licence. 2ᵉ édition, 2 vol. in-8°. Paris, 1877-1878.

4.ª Cadeira.

LA GOURNERIE (JULES DE). — Traité de Géometrie descriptive. 2ᵉ ed., in-4°, en *trois parties.*

Première partie: Texte de XIX-143 p. et atlas de 52 planches. Paris, 1873.

Deuxième partie: Texte de XIX-222 p. et atlas de 52 planches. Paris, 1880.

Troisième partie: Texte de XX-230 p. et atlas de 46 planches. Paris, 1885.

5.ª Cadeira.

FAYE (H.). — Cours d'Astronomie de l'Ecole Polytechnique, 2 vol. in-8°. Paris, 1881-1883.

I PARTIE: *Astronomie sphérique. — Descriptions des instruments. — Théorie des erreurs. — Géodésie et géographie mathématique,* 1881. — 1 vol. in-8° de VIII — 374 p.

II PARTIE: *Astronomie solaire. — Théorie de la lune. — Navigation.* 1883.

6.ª Cadeira.

JAMIN (J.). — Petit traité de physique, à l'usage des établissement d'Instruction, des aspirants au baccalauréats et des candidats aux écoles du gouvernement. Nouveau tirage, augmentée de *Notes sur les progrès récents de la physique,* par M. E. BOUTY. 1 vol. in-8°. Paris, 1882.

GANOT (A.). — Traité élémentaire de physique. — 19ᵉ édition, entièremente refondue, par Georges Maneuvrier, 1 vol.

in-8º de 1160 pag., contenant 1014 gravures intercalées dans le texte et deux planches en couleur. Paris, 1884.

7.ª e 8.ª Cadeiras.

Agenda du chimiste à l'usage des ingenieurs, physiciens, chimistes, etc. Paris, Librairie Hachette, ultima edição.

BERTHELOT (M.). — Traité élémentaire de chimie organique, 2e ed. avec la collaboration de Jungfleisch. 2 vol. in-8º de xx-483 e xv-489 pag. Paris, 1880.

LAPA (J. I. FERREIRA). — Technologia rural ou artes chimicas, agricolo-florestaes.

Primeira parte: Productos fermentados. 3.ª edição. 1 vol. in-8.º de 734 pag. Lisboa, 1885.

Segunda parte: Azeites lacticinios, cereaes, farinhas, pão e féculas. — 2.ª edição; 1 vol. in-8.º de 221 pag. Lisboa, 1875.

Terceira parte: Productos saccharinos, florestaes, textis, animaes e salinos, 1 vol. in-8.º Lisboa.

PAYEN (A.). — Précis de chimie industrielle, à l'usage: 1º des écoles d'arts et manufactures et d'arts et metiers; 2º des écoles préparatoires aux professions industrielles; 3º des fabricants et de agriculteurs; — 6e edition, révue et mise au courant des dernières découvertes scientifiques par Camille Vincent. — 2 tomes in-8º de 832 e 1014 pag. et 1 atlas de XLIV planches. Paris, 1877—1878.

SILVA (A. J. FERREIRA DA). — Tratado de chimica elementar.

I. Chimica mineral. — 1 vol. in-8.º de xv-580 pag. Porto, 1883.

9.ª Cadeira.

LAPPARENT (A. DE). — Cours de minéralogie. 1 vol. in-8º de XII-560 avec 519 gravures dans le texte et une planche chromolithographiée. Paris, 1884.

GONÇALVES GUIMARÃES (DR. A. J.). — Tratado elementar de mineralogia — Principios geraes. Porto, 1883. — 1 vol. in-8.º de 239 pag. e 1 atlas de XXII est.

10.ª Cadeira.

CAUVET (D.) Cours élémentaire de botanique.

I. Anatomie et physiologie végétales; paléontologie végetale, geographie botanique.—1 vol. in-18, de VIII-316 pag. avec 404 figures. —Paris, 1885.

II. Les familles des plantes. — 1 vol. in-18.º de 468 pag. avec 363 figures.— Paris, 1885.

LE MAOUT (EMMANUEL) et DECAISNE (J.). — Flore élementaire des jardins et des champs, acompagnée de clefs analytiques, conduisant promptement à la determination des familles et des genres, et d'un vocabulaire des termes techniques. —Paris, 1 vol. in-18 de 963 pag.

BROTERO (F. AVELLAR). — Flora lusitanica, seu plantarum, quæ in Lusitania vel sponte crescunt, vel frequentius coluntur, ex florum præsertim sexubus systematice destributarum, synopsis.

Pars I.—Olissipone, 1804; 1 vol. in-4.º de XVIII-607.

Pars II.—Olissipone, 1804; 1 vol. in-4.º de 558 pag.

11.ª Cadeira.

LANESSAN (J. L. DE). — Manuel d'histoire naturelle médicale.— T. II. Zoologie médicale, 2ᵉ edition.— 1 vol. in-18, de 972 pag., avec 703 fig. dans le texte. Paris, 1885.

12.ª Cadeira.

CALLIGNON. — Résistence des matériaux; 3ᵉ ed. — Paris.

13.ª Cadeira.

CALLON (J.). — Cours de machines, 3 t. in-8º. Paris.

T. I: *Principes généraux, machines hydrauliques et à gaz.* 1 vol. in-8º et atlas.

T. II: *Machines à vapeur.* 1 vol. in-8º et atlas.

T. III: *Résistence de matériaux* appliquée aux machines. 1 vol. in-8º et atlas.

14.ª Cadeira.

DURAND-CLAYE (CH. L.) et L. MARX. — Routes et chemins vicinaux. 1 vol in-8° — Paris, 1885.

DEBAUVE—Manuel de l'engénieur des ponts et chaussées. Paris.
10° *fascicule* — Ponts en maçonnerie. 1 vol. in-8° et atlas.
11° *fascicule* — Ponts et viaducs en bois et en métal. 1 vol. in-8° et atlas.
13° *fascicule* — Chemins de fer. 1 vol, in 8° et atlas.

15.ª Cadeira.

BALLING. — Manuel pratique de l'art de l'essayeur; guide pour l'essai des minerais, des products métallurgiques et des combustibles, traduit de l'allemand par le dr. L. Gautier — Paris, 1881. 1 vol. in-8° de VIII-607 p.

CALLON (J.). — Cours d'explotation des mines, professé à l'École des mines, t. I et II, 2 vol. in 8° et atlas.
T. III Préparation mécanique, publié par M. Boutan. 1 vol. in-8° et atlas.

GRUNER — Traité de métallurgie; T. I e II, 1° partie, 2 vol. in-8°, avec atlas et 40 planches.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE — Cours d'exploitation des mines. 2 vol. in-8°, avec nombreuses vignettes intercalées dans le texte.

16.ª Cadeira.

RODRIGUES DE FREITAS (J. J.) Principios de economia politica. Porto, 1883. 1 vol. in-8.° de 344 pag.
Codigo administrativo, approvado por carta de lei de 6 de maio de 1878, seguido d'um reportorio alphabetico e de um appendice, contendo toda a legislação relativa ao mesmo codigo, publicada até hoje. Porto, 1886.
Codigo Commercial Portuguez, seguido de um appendice que contém a legislação que tem alterado alguns dos seus artigos, publicados até ao fim do anno de 1878. Coimbra, 1879. 1 vol. de 784 pag.

17.ª Cadeira.

PERY (GERARDO A.). — Geographia e estatistica geral de Portugal e colonias com um atlas e oito estampas. Lisboa, 1875. 1 vol. in-8.º de XVI-404.

LOBO DE BULHÕES (M. E.). — Les colonies portugaises : court exposé de leur situation actuelle. 1 vol in-8º de 137 pag. Lisbonne, 1878.

III

FREQUÈNCIA — ESTATISTICAS

§ 1.º

Lista alphabetica dos alumnos da Academia, indicando a sua filiação, naturalidade, e as cadeiras em que se matricularam

1—Abilio Ribeiro de Miranda, filho de Joaquim Correia de Miranda, natural de Santo Thyrso — 1.ª cadeira, 7.ª e 18.ª (1.º anno);

2—Abilio da Silva Carvalho, filho de Luiz da Silva Carvalho, natural da Regua — 11.ª cadeira (1.ª parte);

3—Accacio de Sampaio Telles e Paiva, filho de José de Paiva Cardoso, natural de Leiria — 6.ª e 7.ª cadeira;

4—Adolfo Augusto de Vasconcellos Artayette, filho de José Augusto de Vasconcellos Artayette, natural do Porto — 8.ª e 11.ª (1.ª parte);

5—Adolfo Maria Barbosa, filho de Antonio Joaquim Rodrigues Barbosa, natural de S. Salvador, concelho de Villa Pouca d'Aguiar — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte):

6—Adriano d'Abreu Bandeira, filho de José Maria Bandeira Monteiro, natural de Rezende — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

7—Adriano Soares Dias Moreira, filho de Joaquim Soares Dias, natural d'Oldrões, concelho de Penafiel — 8.ª, 11.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte);

8—Albano Annibal de Barros, filho de Francisco Augusto de Barros, natural de Bragança — 2.ª cadeira, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 4.ª (1.ª parte);

9—Albano Augusto d'Oliveira, filho de Delfina da Rocha Oliveira, natural de Recarei, concelho de Paredes — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

10—Alberto d'Almeida Magro, filho de Victorino Pereira Magro, natural de Santa Maria d'Assumpção, concelho de Monte Alegre — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

11—Alberto Alvaro d'Armada, filho de Joaquim Alvaro d'Armada, natural da freguezia de S. José, da cidade do Rio de Janeiro — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

12—Alberto Augusto Gomes d'Almeida, filho de José Gomes d'Almeida, natural de Castellões de Cambra, districto de Aveiro — 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

13—Alberto Barbosa de Queiroz, filho de Antonio Barbosa de Queiroz, natural d'Ancede, concelho de Baião — 8.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte):

14—Alberto Goulard de Medeiros, filho de Manoel Francisco Medeiros, natural da Horta (Ilha do Fayal) — 11.ª (1.ª parte);

15—Alberto José Hypolito, filho de Sebastião José Hypolito, natural do Porto—5.ª cadeira, 4.ª (2.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

16—Alberto Maria Lisboa de Lima, filho de José Maria de Lima, natural de Lamego—1.ª cadeira e 6.ª;

17—Alberto Nunes de Figueiredo, filho de Agostinho José de Figueiredo, natural do Porto—1.ª e 6.ª;

18—Alberto Pereira Pinto d'Aguiar, filho de Anna Emilia d'Aguiar, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

19—Alberto Pimenta Castel'Branco, filho de Albino Pimenta d'Aguiar Castel'Branco, natural de Braga—2.ª, 3.ª, 4.ª (1.ª e 2.ª parte);

20—D. Alexandre de Castro Pamplona, filho do conde de Rezende, natural do Porto—2.ª, 4.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

21—Alfredo Araujo d'Almeida Campos, filho de Antonio d'Almeida Querido, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

22—Alfredo Augusto Lisboa de Lima, filho de José Maria de Lima, natural de Lamego—1.ª, 7.ª e 18.ª (1.ª parte);

23—Alfredo Barros Leal, filho de José Joaquim de Barros, natural de Penafiel—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

24—Alfredo da Costa Rodrigues, filho de Antonio da Costa Rodrigues, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

25—Alfredo Djalme Martins d'Azevedo, filho de Antonio Maria d'Azevedo, natural do Porto—4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 9.ª e 18.ª (3.ª parte);

26—Alfredo de Sousa Azevedo, filho de João Baptista de Sousa Azevedo, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

27—Alipio Augusto Trancôso, filho de Firmino Antonio Trancôso, natural de Bragança—8.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

28—Alvaro Augusto Ferreira, filho de Antonio Bernardo Ferreira, natural do Porto—1.ª, 6.ª, 8.ª (2.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

29—Alvaro Martins Sequeira, filho de Francisco Martins Sequeira, natural de S. Jeronymo de Real, concelho de Braga—3.ª, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte), 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

30—Annibal Augusto Trigo, filho de Antonio Manoel Trigo, natural de Moncorvo—1.ª, 7.ª e 18.ª (1.ª parte);

31—Annibal Barbosa de Pinho Lousada, filho de Luiz Barbosa de Pinho Lousada, natural de Irivo, concelho de Penafiel—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª parte);

32—Antonio Augusto d'Almeida, filho de João Antonio d'Almeida, natural do Porto—11.ª (1.ª parte);

33—Antonio Augusto d'Aguiar Cardoso, filho de Silvestre d'Aguiar Bizarro, natural da Villa da Feira—8.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

34—Antonio Augusto de Castro Soares, filho de José Bonifacio do Carmo Soares, natural d'Oleiros, concelho da Villa da Feira—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

35—Antonio Augusto Pereira Cardoso, filho de João Pereira Cardoso, natural de Armamar—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª parte);

36—Antonio Baptista Alves de Lemos, filho de Joaquim Baptista Alves de Lemos, natural do Porto—8.ª (1.ª parte);

37—Antonio Caetano Ferreira de Castro, filho de Caetano José Ferreira, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 11.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte);

38—Antonio de Carvalho Rebello Teixeira de Sousa Cyrne, filho de Manoel de Carvalho Rebello Teixeira de Sousa, natural do Porto — 1.ª e 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

39—Antonio Coutinho d'Araujo Pimenta, filho de José Coutinho d'Araujo Pimenta, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

40—Antonio Duarte Pereira da Silva, filho de José Duarte Pereira, natural de S. Miguel de Bairros, concelho de Castello de Paiva — 2.ª cadeira e 4.ª (1.ª parte), 9.ª e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

41—Antonio Ferreira Pinto da Motta, filho de José Ferreira da Motta, natural de Fiães, concelho da Feira — 11.ª cadeira (1.ª parte);

42—Antonio Ferreira da Silva Barros, filho de José Ferreira da Silva Barros, natural de S. Mamede de Infesta, concelho de Bouças — 3.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

43—Antonio Francisco Ramalho, filho de Domingos de Mira Ramalho, natural de Amarelleja, concelho de Murça — 8.ª cadeira (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

44—Antonio Homem da Silva Rosado, filho de Joaquim Homem de Moraes Rosado, natural de Vizeu — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 6.ª e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

45—Antonio João da Silva, filho de Domingos João da Silva, natural de Ramalde, concelho de Bouças — 11.ª (1.ª parte);

46—Antonio José de Lima, filho de José Antonio de Lima, natural de Pereiro, concelho de Barcellos — 2.ª e 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

47—Antonio José Teixeira Junior, filho de Antonio José Teixeira, natural de Casaes do Douro, districto de Vizeu — 2.ª e 4.ª (1.ª parte), 6.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

48—Antonio Julio Ferreira de Barros, filho de Sabino Ferreira de Barros, natural de Murça, districto de Villa Real — 6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

49—Antonio Julio Salgado, filho de João Augusto Salgado, natural de Carrazeda de Monte-Negro, concelho de Valpassos — 11.ª (1.ª parte);

50—Antonio Lopes Baptista, filho de João Lopes Baptista, natural do Porto — 1.ª cadeira e 6.ª (1.ª parte);

51—Antonio Luiz Soares Duarte, filho de Manoel Francisco Duarte, natural do Porto — 3.ª cadeira e 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

52—Antonio Manoel Botelho, filho de Francisco de Paula Botelho, natural de Belem — 1.ª cadeira e 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª e 2.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

53—Antonio Manoel Pelleias, filho de Luiz Manoel Pelleias, natural da Torre de Dona Chamma, concelho de Mirandella—1.ª cadeira e 18.ª (1.ª parte);

54—Antonio Maria Pinto, filho de José Maria Pinto, natural de Provezende, concelho de Sabrosa — 6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

55—Antonio Pedro d'Ascenção, filho de Antonio Pedro d'Almeida Maldonado, natural de Alvaiazere — 11.ª (1.ª parte);

56—Antonio Pinto Rodrigues Fernandes, filho de Joaquim Pinto Fer-

nandes, natural de Ancede, concelho de Baião—2.ª e 6.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

57—Antonio Rigaud Nogueira, filho de Francisco Rodrigues Nogueira, natural da Bahia (Brazil)—3.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte), 9.ª;

58—Antonio Salgado de Miranda, filho de Antonio Joaquim Pinheiro de Miranda, natural de Guimarães—11.ª (1.ª parte);

59—Antonio dos Santos Pinto, filho de Manoel dos Santos Pinto, natural de S. Bartholomeu de Paramos, concelho de Carrazeda d'Anciães—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

60—Antonio de Sousa Monteiro, filho de Manoel Monteiro, natural de Leiria—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª, 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

61—Antonio Thomaz Ferreira Cardoso, filho de Antonio Joaquim Santiago, natural d'Oliveira d'Azemeis—2.ª e 7.ª (1.ª parte), 18.ª (3.ª parte);

62—Antonio Venancio da Gama Pimentel, filho de José Manoel da Gama, natural de Sedães, concelho de Mirandella—7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

63—Antonio Xavier Gomes dos Santos, filho de Antonio Gomes dos Santos, natural de S. Miguel do Souto, concelho da Feira—2.ª cadeira, 10.ª (1.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

64—Arnaldo Augusto Gomes Ferreira, filho de João Antonio Lourenço Gomes Ferreira, natural de Villarinho de Castanheiro, concelho de Carrazeda d'Anciães—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte);

65—Arthur Alberto Vaz Pereira, filho de Antonio Pereira, natural de Valença do Minho—11.ª (1.ª parte);

66—Arthur Augusto d'Albuquerque Seabra, filho de Armando Arthur Ferreira de Seabra da Motta e Silva, natural do Porto—3.ª e 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte);

67—Arthur Hygino Soares, filho de José Victorino Soares, natural de Angra do Heroismo—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

68—Arthur Maria da Silva Ramos, filho de Antonio Maria Guilherme da Silva Ramos, natural de Braga—4.ª (2.ª parte), 5.ª, 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

69—Arthur Mendes de Magalhães Ramalho, filho de João Mendes de Magalhães, natural de Lamego—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª e 8.ª (2.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

70—Augusto Pereira Nobre, filho de José Pereira Nobre, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª parte);

71—Augusto Velloso Ferreira, filho de Augusto Alberto da Silva Ferreira, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

72—Aurelia de Moraes Sarmento, filha de Anselmo Evaristo de Moraes Sarmento, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª parte);

73—Bellarmino Baptista de Vasconcellos, filho de Antonio Soares Moreira de Vasconcellos, natural de Cepellos, concelho d'Amarante—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

74—Bento de Carvalho Miranda, filho de José de Carvalho Miranda Leite, natural do Porto—1.ª cadeira e 18.ª (1.ª parte);

75—Bernardino José d'Azevedo Mourão, filho de José João d'Azevedo Mourão, natural de Canêdo, concelho de Celorico de Basto—11.ª cadeira (1.ª parte);

76—Bernardo José Borges, filho de Manoel José Borges, natural da Regua — 1.ª e 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

77—Bomfilho Diniz, filho de Antonio Diniz, natural de Macau — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 9.ª, 10.ª (1.ª parte), 12.ª, 14.ª (2.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

78—Caetano Maria d'Amorim, filho de José Joaquim d'Amorim, natural de Vianna do Castello — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 9.ª, 18.ª (2.ª parte);

79—Carlos Affonso da Silva Rios, filho de Rodrigo da Silva Rios, natural do Rio Grande do Sul (Brazil) — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

80—Carlos Alberto de Lima, filho de Antonio Joaquim de Lima, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

81—Carlos Alberto Vianna Pedreira, filho de Joaquim Maria Pedreira, natural de Vianna do Castello — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

82—Carlos d'Andrade Villares, filho de Antonio Joaquim d'Andrade Villares, natural do Porto — 2.ª, 4.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

83—Carlos Augusto Afflalo Carneiro Geraldes, filho de José Carneiro Geraldes, natural do Porto — 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte):

84—Carlos Fernandes Brou, filho de Francisco Pedro Brou, natural de Lisboa — 1.ª cadeira e 6.ª (1.ª parte):

85—Carlos Frederico Braga, filho de Frederico Ernesto Braga, natural do Porto — 1.ª cadeira e 6.ª (1.ª parte);

86—Carlos Henriques Coisne, filho de Pedro Francisco José Coisne, natural de Steeniverk (França) — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

87—Carlos Henriques Meneres Caldeira, filho de Justino Henriques Caldeira, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

88—Carlos José Gomes Brandão, filho de José Antonio Gomes Brandão, natural do Rio de Janeiro (Brazil) — 1.ª cadeira, 8.ª (2.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

89—Casimiro Augusto Lobo Ramalho, filho de Victorino Teixeira Ramalho e Rocha, natural de Bragança — 3.ª cadeira, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

90—Casimiro Jeronymo de Faria, filho de Jeronymo Domingos de Faria, natural de Galafura, concelho da Regua — 2.ª cadeira, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

91—Cesar Augusto Gonçalves da Costa Lima, filho de Francisco Gonçalves da Costa Lima, natural do Porto — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 18.ª (1.ª parte);

92—Christovão Teixeira Machado, filho de Francisco Teixeira Machado, natural do Rio de Janeiro — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

93—David Ferreira da Rocha, filho de Antonio Frederico d'Albuquerque e Rocha, natural de Macinhata de Vouga, concelho d'Agueda — 2.ª cadeira, 6.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

94—Delfim Ferreira da Silva, filho de Antonio Joaquim Ferreira da Silva, natural do Couto de Cucujães, concelho de Oliveira d'Azemeis — 10.ª cadeira (1.ª parte);

95—Diolindo Ferreira de Mello e Sousa, filho de José Ferreira de Mello, natural de Margaride, concelho de Felgueiras — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

96—Eduardo Augusto da Cunha, filho de Antonio Vicente da Cunha Pereira, natural de S. Bartholomeu da Esperança, concelho da Povoa de Lanhoso — 11.ª (1.ª parte);

97—Eduardo de Barros, filho de Adelaide Candida de Barros, natural do Porto — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

98—Eduardo Gonçalves de Mattos, filho de José Gonçalves de Mattos, natural do Porto — 6.ª cadeira (1.ª parte);

99—Eduardo Moreira Lopes, filho de Antonio Simões Lopes, natural do Cartaxo — 6.ª cadeira (1.ª parte), 17.ª;

100—Eduardo Teixeira Leite, filho de Antonio Teixeira Leite, natural do Rio de Janeiro (Brazil) — 3.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 9.ª, 16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

101—Emygdio José Gomes, filho de Alexandre José Gomes, natural da Guarda — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

102—Ernesto Achilles de Fontes, filho de Antonio Francisco de Fontes, natural do Porto — 6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

103—Ernesto Augusto de Castro Guimarães, filho de João Jeronymo da Fonseca Guimarães, natural do Porto — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 17.ª e 18.ª (1.ª parte);

104—Ernesto Eugenio Alves de Sousa Junior, filho de Ernesto Eugenio Alves de Sousa, natural do Porto — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 12.ª, 13.ª e 14.ª;

105—Feliciano Moreira Alves, filho de Manoel Moreira Alves, natural de Capêllo, concelho de Penafiel — 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

106—Fernando José d'Almeida, filho de Francisco José d'Almeida, natural de S. Pedro do Sul — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

107—Fernando de Miranda Monterroso, filho de Manoel Monteiro da Silva Ribeiro de Miranda, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

108—Fernando de Sousa Magalhães, filho de Antonio Ignacio de Sousa, natural de Jugueiros, concelho de Villa do Conde — 3.ª, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 18.ª (3.ª parte);

109—Filippe de Sousa Carneiro Canavarro, filho de Cypriano de Sousa Carneiro Canavarro, natural da Regua — 5.ª, 9.ª 4.ª (2.ª parte), 10.ª (1.ª parte);

110—Flavio Norberto de Barros, filho de Manoel Antonio de Barros natural de Valença do Minho — 6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

111—Floriano de Freitas, filho de Manoel José de Freitas, natural de Misquel, concelho de Carrazeda d'Anciães — 1.ª cadeira e 16.ª (1.ª parte);

112—Fortunato d'Azevedo Varella, filho de Antonio d'Azevedo Varella, natural de Infias, concelho de Guimarães — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

113—Francisco Antonio de Magalhães, filho de Antonio Manoel de Magalhães, natural de Sarzedinho, concelho de S. João da Pesqueira — 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

114—Francisco Augusto de Castro, filho de Joaquim Leite Alves de Castro, natural de Grijó, concelho de Gaya — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

115—Francisco Bernardino Pinheiro de Meirelles Junior, filho de Fran-

cisco Bernardino Pinheiro de Meirelles, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 11.ª (1.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

116—Francisco Forbes de Bessa, filho de Joaquim de Bessa Pinto, natural do Porto — 1.ª cadeira e 18.ª (1.ª parte);

117—Francisco da Rocha e Cunha, filho de Manoel da Rocha e Cunha, natural de Pedorido, concelho de Paiva — 1.ª cadeira, 9.ª e 18.ª (1.ª parte);

118—Francisco da Silva Monteiro, filho de Francisco da Silva Monteiro, natural de Guimarães — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 12.ª, 14.ª, 15.ª, 16.ª (1.ª e 2.ª parte), 18.ª (3.ª parte);

119—Francisco Xavier d'Abreu Couto Amorim Novaes, filho de Manoel Ignacio Amorim Novaes, natural de Balugães, concelho de Barcellos — 11.ª (1.ª parte);

120—Francisco Xavier Esteves, filho de Alberto Xavier Esteves, natural d'Ilhavo — 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 12.ª, 14.ª, 16.ª (1.ª e 2.ª parte);

121—Francisco Xavier de Sousa Pinto Leitão, filho de Jeronymo Pinto Leitão, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

122—Gabriel Affonso Ribeiro, filho de João Pedro Ribeiro, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

123—Gaspar José Tavares de Castro, filho de Antonio Tavares, natural de Castellões de Cambra — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

124—Guilherme Lousada Marcenal, filho de Francisco Lousada Marcenal, natural do Rio de Janeiro (Brazil) — 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

125—Guilherme Nunes Godinho, filho de Manoel Nunes Godinho, natural de Almeirim — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 6.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

126—Heitor Correia da Silva Sampaio, filho de João Correia da Silva Sampaio, natural de Braga — 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

127—Henrique Guedes de Vasconcellos, filho de José de Vasconcellos Noronha e Menezes, natural de Lamego — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

128—Henrique José Martins Ferreira, filho de Antonio José Martins Ferreira, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

129—Humberto Pinto de Castro Araujo, filho de Manoel Rodrigues Sequeira Araujo, natural do Porto — 6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

130—Isolino Aurelio Ferreira Ennes, filho de José Augusto Ennes, natural do Porto — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

131—Jayme Augusto da Graça Falcão, filho de José Maria da Graça, natural de Bragança — 1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

132—João Alves Martins, filho de José Alves Martins, natural de Fontes, concelho de Santa Martha de Penaguião — 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte); 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

133—João Antunes Leite, filho de João Antunes Leite, natural de Lamego — 6.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

134—João Baptista Barreira Junior, filho de João Baptista Barreira, natural da Chamusca — 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

135—João Chrisostomo Baptista Alves Novaes, filho de José Antonio da Silva Baptista, natural de Villa Real — 11.ª (1.ª parte);

136—João Chrisostomo d'Oliveira Ramos, filho de João d'Oliveira Ramos, natural de Valleja, concelho de Ovar—2.ª cadeira—8.ª (2.ª parte), 18.ª (2.ª parte);

137—João Dias Pereira da Graça, filho de Januario Dias Pereira da Graça, natural de Sôsa, concelho de Vagos.—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

138—João Gomes da Silva Osorio Junior, filho de João Gomes da Silva Osorio, natural de Lamego—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

139—João Leite de Castro, filho de Domingos Leite de Castro, natural d'Idães, concelho de Felgueiras—8.ª (1.ª e 2.ª parte) 10.ª, (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

140—João Leme de Sande e Castro, filho de Antonio Paes de Sande e Castro, natural de Faro—2.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 4.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

141—João Luiz de Magalhães, filho de Adrião Luiz de Magalhães, natural de Penafiel—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª) e 10.ª (1.ª parte);

142—João Machado d'Araujo, filho de Joaquim da Costa Araujo, natural de Landin, concelho de Famalicão—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) 10.ª (1.ª parte);

143—João Manoel Machado Tavares, filho de Francisco Teixeira Machado de Meirelles, natural de Villa-Nume, concelho de Cabeceiras de Basto—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 15.ª—16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

144—João Manoel Pires, filho de Domingos Pires, natural de Moledo, concelho de Caminha—2.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

145—João Maximino de Carvalho, filho de Manoel Antonio de Carvalho, natural de Lamego—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

146—João Pacheco de Castro Corte Real, filho de João Pacheco Godinho de Castro Corte Real, natural d'Avanca, concelho d'Estarreja—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

147—João Pereira Vasco, filho de Manoel Pereira Vasco, natural de Olhão—1.ª cadeira—7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

148—João da Silveira Pinto da Fonseca, filho de Bernardo da Silveira, natural do Porto—1.ª cadeira, 4.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) 18.ª (2.ª parte);

149—Joaquim Antonio Augusto Ferreira de Vasconcellos, filho de Antonio Guedes de Carvalho Vasconcellos, natural de Villa Real—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

150—Joaquim Augusto de Macedo Freitas, filho de Joaquim José de Macedo Freitas, natural da freguezia de Nossa Senhora da Madre de Deus do Rio de Janeiro (Brazil)—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) 12.ª, 14.ª, 16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

151—Joaquim Baptista Alves de Lemos, filho de Joaquim Baptista de Lemos, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte);

152—Joaquim Couto dos Santos, filho de Miguel Couto dos Santos, natural da freguezia de Sant'Anna do Rio de Janeiro (Brazil)—1.ª cadeira, 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

153—Joaquim Dias de Sousa Arôso, filho de Joaquim Dias de Sousa Arôso, natural de Mathosinhos, concelho de Bouças—8.ª (2.ª parte) e 5.ª;

154—Joaquim Gaudencio Rodrigues Pacheco, filho de Antonio Pereira Rodrigues Pacheco d'Almeida, natural de Sande, concelho de Lamego—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª, 9.ª, 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

155—Joaquim Monteiro d'Andrade, filho de Luiz Antonio de Sousa Monteiro, natural de Santo Thyrso—1.ª cadeira, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

156—Joaquim Pereira de Macedo, filho de José Pereira de Macedo, natural da Covilhã—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

157—Joaquim Raymundo da Fonseca, filho de Joaquim Antonio da Fonseca, natural d'Olhão—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

158—Joaquim da Silva Junior, filho de Joaquim da Silva, natural de Salreu, concelho d'Estarreja—1.ª cadeira, 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

159—José Alves Bonifacio, filho de José Alves Bonifacio, natural de Castello de Neiva, concelho de Vianna do Castello—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª, 15.ª, 12.ª, e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

160—José Antonio de Castro, filho de Francisco Antonio de Castro, natural de Villa Nova de Fozcôa—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

161—José Augusto Vieira da Fonseca, filho de José Augusto Vieira da Fonseca, natural de Chaves—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

162—José Baptista Cid, filho de José Baptista Cepêda Cid, natural do Porto—1.ª cadeira, 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

163—José Baptista Gonçalves Dias Junior, filho de José Baptista Gonçalves Dias, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

164—José Caetano Ferreira Pinto dos Reis, filho de José Caetano dos Reis, natural de Lamas, concelho da Feira—11.ª (1.ª parte);

165—José Chrispiniano da Fonseca Junior, filho de José Chrispiniano da Fonseca, natural d'Aveiro—2.ª cadeira, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 9.ª, 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

166—José Correia Pinto da Fonseca, filho de José Francisco Correia Pinto, natural de Samodães, concelho de Lamego—3.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 9.ª, 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

167—José Eduardo Vaz Pinto, filho de José Augusto Vaz da Fonseca Pinto, natural d'Arouca—11.ª (1.ª parte);

168—José Estevão Coelho de Magalhães, filho de José Estevão Coelho de Magalhães, natural de Lisboa—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

169—José Gonçalves da Costa, filho de Manoel Gonçalves da Costa, natural de Balazar, concelho de Povoa de Varzim—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª, 13.ª, 14.ª, e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

170—José Guedes Junior, filho de José Guedes de Carvalho, natural de Ervedosa, concelho da Pesqueira—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte);

171—José Henriques Meirelles Pinto, filho de Manoel Antonio Meirelles, natural da freguezia de S. Bartholomeu, concelho de Villa-Flôr—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

172—José Machado Pinto Saraiva, filho de Felix Tristão Pinto Saraiva, natural de Villa Real—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

173—José Maria Bivar Paula Robertes, filho de Antonio Agostinho de Paula Robertes, natural de Lisboa—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

174—José Maria Claro Outeiro, filho de José Maria de Almeida Outeiro, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

175—José Maria Marreiros, filho de Francisco Maria Marreiros, natural de Villa do Bispo—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (2.ª parte);

176—José Maria Pacheco da Silva Lemos, filho de José Narciso Pacheco da Silva Lemos, natural de Villela, concelho de Paredes—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

177—José Maria Rebello da Silva, filho de José Antonio Rebello da Silva, natural de Braga—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

178—José Maria Rebello Valente de Carvalho, filho de João Nepomuceno Rebello Valente, natural d'Oliveira d'Azemeis—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

179—José Moreira d'Assumpção, filho de Vicente Moreira d'Assumpção, natural de S. Mamede de Coronado, concelho de Santo Thyrso—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

180—José d'Oliveira Serrão d'Azevedo, filho de José d'Oliveira Serrão, natural de Sernancelhe—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

181—José Pinto de Queiroz Magalhães, filho de Bernardo Pinto de Magalhães, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte);

182—José Rodrigues Gonçalves Curado, filho de Miguel Gonçalves Curado e Silva, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

183—José dos Santos Andrade, filho de José dos Santos Andrade, natural de Fradellos, concelho de Famalicão—11.ª cadeira (1.ª parte):

184—José Vicente d'Araujo, filho de Antonio Vicencio d'Araujo, natural de Villa do Conde—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (2.ª e 2.ª parte);

185—José Vieira Pinto dos Reis, filho de Joaquim Vieira Pinto dos Reis, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

186—Julio Baptista da Cunha Braga, filho de João Baptista Braga, natural de Braga—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

187—Lauriano Pereira de Castro e Brito Junior, filho de Lauriano Pereira de Castro e Brito, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

188—Laurinda de Moraes Sarmento, filha de Anselmo Evaristo de Moraes Sarmento, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

189—Lucindo Martins d'Oliveira, filho de Francisco Moreira d'Oliveira, natural de Sousa, concelho de Gondomar—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

190—Lucio da Fonseca, filho de Manoel Alvares Martins Fonseca, natural d'Ovar—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

191—Lucio Gonçalves Nunes, filho de José Gonçalves Nunes, natural da Guarda—1.ª cadeira, 11.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

192—Luiz José de Lima, filho de Antonio José de Lima Junior, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

193—Luiz Pinto Ribeiro da Fonseca, filho de Manoel Ribeiro da Fonseca, natural de Villar do Paraizo, concelho de Villa Nova de Gaya—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte):

194—Luiz de Sousa Lemos, filho de Antonio Alves de Sousa, natural de Castello de Vide—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

195—Manoel Augusto Dias Milheiro, filho de Francisco José Milheiro, natural de Grijó, concelho de Villa Nova de Gaya—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

196—Manoel Augusto Gomes de Faria, filho de João Gomes de Faria, natural d'Arnôso, concelho de Famalicão—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

197—Manoel Augusto de Queiroz e Castro, filho de Joaquim Augusto de Queiroz, natural de S. Cosmado, concelho de Armamar—8.ª (1.ª, 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

198—Manoel Gonçalves d'Araujo, filho de Luiz Gonçalves d'Araujo, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

199—Manoel José Aguia, filho de Francisco Aguia, natural de Candêdo—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

200—Manoel José Pinhal, filho de Sebastião Lourenço Pinhal, natural d'Oliveira do Bairro—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

201—Manoel Marques de Lemos, filho de Margarida Ferreira dos Santos, natural d'Albergaria-Velha—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

202—Manoel de Medeiros Tavares, filho de Viriato de Freitas Tavares, natural de Pernambuco (Brazil)—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

203—Manoel de Sousa Lima, filho de José de Sousa Lima, natural de Fulgosa, concelho da Maia—1.ª cadeira, e 18.ª (1.ª parte);

204—Manoel de Sousa Machado Junior, filho de Manoel de Sousa Machado, natural do Porto—2.ª cadeira, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

205—Maria Leite da Silva Tavares Paes Moreira, filha de Manoel José Paes Moreira, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

206—Miguel Albano Cerqueira Coimbra, filho de Joaquim Augusto Rodrigues Coimbra, natural d'Amarante—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

207—Olympio Vieira Pinto dos Reis, filho de Joaquim Vieira Pinto dos Reis, natural do Porto—1.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 7.ª (1.ª parte) 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

208—Otto Reimer von Hafe, filho de Jacob Eduardo von Hafe, natural do Porto—1.ª cadeira, 11.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

209—Pedro Eugenio de Moura Coutinho Almeida d'Eça, filho de Vicente de Moura Coutinho Almeida d'Eça, natural do Porto—11.ª (1.ª parte);

210—Quintino d'Almeida Azevedo Vasconcellos Gramacho, filho de José d'Andrade Gramacho, natural do Porto—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte;

211—Raymundo Ferreira dos Santos, filho de Antonio Ferreira dos

Santos, natural do Porto—3.ª cadeira, 4.ª (1.ª e 2.ª parte), 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

212—Ricardo Augusto Ferreira, filho de Antonio José Ferreira, natural do Porto—11.ª cadeira, (1.ª parte);

213—Ricardo de Lemos e Castro, filho de Miguel Zeferino de Castro, natural d'Agueda—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

214—Ricardo Severo da Fonseca Costa, filho de José Antonio da Fonseca Costa, natural de Lisboa — 2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

215—Rodolfo Ferreira Dias Guimarães, filho de Augusto Dias Guimarães, natural do Porto—3.ª, 4.ª, (1.ª e 2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª e 2.ª parte) e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

216—Romão José Braz Fernandes, filho de José Braz Fernandes, natural da Regua—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte), 18.ª (1.ª parte):

217—Ruy da Rocha e Castro, filho de Agostinho da Rocha e Castro, natural do Porto—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

218—Scipião José de Carvalho, filho de Sebastião José de Carvalho, natural de S. Cosmado, concelho de Armamar—11.ª (1.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

219—Theodorico Teixeira Pimentel, filho de João Rodrigues Pimentel, natural d'Alijó—1.ª cadeira, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

220—Victor Manoel de Jesus Martins, filho de Manoel Vicente de Jesus, natural de Lisboa—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte).

§ 2

Quadro estatistico dos alumnos matriculados em 1885-1886, distribuidos segundo a sua naturalidade.

Districtos	Concelhos	Numero de alumnos por conc.	por dist.	Total
Porto	Amarante	2	87	111
	Baião	2		
	Bouças	3		
	Felgueiras	2		
	Gondomar	1		
	Maia	1		
	Paredes	2		
	Penafiel	5		
	Porto	60		
	Povoa de Varzim	1		
	Santo Thyrso	3		
	Villa do Conde	2		
	Villa Nova de Gaya	3		
Aveiro	Agueda	2	24	
	Albergaria Velha	1		
	Arouca	1		
	Aveiro	4		
	Castello de Paiva	2		
	Estarreja	2		
	Ilhavo	1		
	Oliveira d'Azemeis	3		
	Ovar	2		
	Vagos	1		
	Villa da Feira	5		

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS por conc.	por dist.	TOTAL
Transporte				111
Beja	Moura	1	1	
Braga	Barcellos	2	17	
	Braga	6		
	Cabeceiras de Basto	1		
	Celorico de Basto	1		
	Guimarães	3		
	Povoa de Lanhoso	1		
	Villa Nova de Famalicão	3		
Bragança	Bragança	4	11	
	Carrazeda d'Anciães	3		
	Mirandella	2		
	Moncorvo	1		
	Villa Flor	1		46
C. Branco	Covilhã	1	1	
Faro	Faro	2	4	
	Olhão	2		
Guarda	Guarda	2	3	
	Villa Nova de Foz-Côa	1		
Leiria	Alvaiazere	1	3	
	Leiria	2		
Lisboa	Lisboa	6	6	

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS por conc.	por dist.	TOTAL
Transporte				157
Portalegre ..	Castello de Vide...........	1	1	
Santarem ...	Almeirim.................	1	3	
	Chamusca................	1		
	Cartaxo..................	1		
V. do Castello	Caminha.................	1	6	
	Valença do Minho.........	2		
	Vianna do Castello	3		
Villa Real...	Alijó	1	18	47
	Chaves	1		
	Mont'alegre	1		
	Murça	2		
	Peso da Regua............	5		
	Sabroza	1		
	Santa Martha de Penaguião.	1		
	Valle-Passos..............	1		
	Villa Pouca d'Aguiar.......	1		
	Villa Real................	4		
Vizeu	Armamar	3	19	
	Lamego	9		
	Rezende	1		
	S. Pedro do Sul	1		
	S. João da Pesqueira......	2		
	Sernancelhe	1		
	Vizeu....................	2		

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS por conc.	por dist.	TOTAL
	Transporte			204
	ILHAS ADJACENTES			
Fayal	Fayal	1	1	
A. Heroismo.	Angra do Heroismo	1	1	
	POSSESSÕES ULTRAMARINAS			
E. G. da India.	Macau	1	1	16
	PAIZES ESTRANGEIROS			
França	Steenwesk	1	1	
Brazil	Bahia	1	12	
	Pernambuco	1		
	Rio Grande do Sul	1		
	Rio de Janeiro	9		
	Total geral			220

§ 3.

Quadro do exercicio dos cursos no anno lectivo de 1884-1885

DESIGNAÇÃO DOS CURSOS	ABERTURA DO CURSO	ENCERRAMENTO DO CURSO	N.º total das lições e exercicios	Duração das lições	N.º de horas semanaes de cada curso
Geometria analytica no plano e no espaço: trigonometria espherica; algebra superior	27 d'outubro de 1884	10 de junho de 1885	69	2	6
Calculo differencial e integral	28 » »	11 » »	75	2	6
Mecanica racional e cinematica	27 » »	13 » »	71	2	6
Desenho	28 » »	30 de maio de 1885	76	2	6
Astronomia e geodesia	4 de novembro de 1884	13 de junho »	70	2	6
Mineralogia e geologia	27 d'outubro de 1884	10 » »	68	2	6
Zoologia	28 » »	9 » »	72	2	6
Physica	27 » »	10 » »	68	2	6
Chimica mineral	28 » »	11 » »	77	2	6
» organica	27 » »	12 » »	74	2	6
Botanica	27 » »	10 » »	60	2	6
Commercio	27 » »	16 » »	80	2	6
Economia politica e principios de direito administrativo e commercial	28 » »	11 » »	69	2	6
Mecanica applicada; construcções civis	14 de novembro de 1884	10 » »	67	2	6

§ 4

Alumnos premiados e distinctos nas cadeiras dos cursos da Academia, no anno lectivo de 1884 a 1885, proclamados em sessão solemne de 20 de outubro de 1885.

1.ª CADEIRA

Accessit. — Manoel de Sousa Machado Junior, filho de Manoel de Sousa Machado, natural do Porto.

2.ª CADEIRA

Accessit. — Rodolfo Ferreira Dias Guimarães, filho de Augusto Dias Guimarães, natural do Porto.
Distincto. — Raymundo Ferreira dos Santos, filho de Antonio Ferreira dos Santos, natural do Porto.

3.ª CADEIRA

Accessit. — José Alves Bonifacio, filho de José Alves Bonifacio, natural de Castello de Neiva, concêlho de Vianna do Castello.

4.ª CADEIRA

Premio pecuniario. — Antonio de Sousa Monteiro, filho de Manoel Monteiro, natural de Leiria.
» honorifico. — Rodolfo Ferreira Dias Guimarães.
Distincto. — Antonio Duarte Pereira da Silva, filho de José Duarte Pereira, natural de Castello de Paiva.
» — João Maximino de Carvalho, filho de Manoel Antonio de Carvalho, natural de Lamego.
» — Fernando de Sousa Magalhães, filho de Antonio Ignacio de Sousa, natural de Villa do Conde.

7.ª CADEIRA

1.º Accessit. — Joaquim Francisco Vieira, filho de José Maria Vieira, natural de Braga.
2.º Accessit. — Francisco Pessanha, filho de Manoel da Silva Feliz, natural de Beja.
Distincto. — José Gonçalves Martins, filho de José Gonçalves Martins, natural de S. Fins de Tamel, concelho de Barcellos.
» — Julio Maximo do Nascimento Trigo, filho de Antonio Manoel Trigo, natural de Moncorvo.
» — Severiano José da Silva, filho de Joaquim da Silva, natural de Salreu, concelho de Estarreja.

8.ª CADEIRA

1.º Accessit. — Antonio Caetano Ferrreira de Castro, filho de Caetano José Ferreira, natural do Porto.
» — José Chrispiniano da Fonseca, filho de José Chrispiniano da Fonseca Pinto, natural de Aveiro.
» — José d'Oliveira Serrão d'Azevedo, filho de José d'Oliveira Serrão, natural de Sernancelhe.
2.º Accessit. — Alberto d'Almeida Magro, filho de Victorino Pereira Magro, natural de Mont'alegre.
» — João Leite de Castro, filho de Domingos Leite de Castro, natural de Idães, concelho de Felgueiras.
» — Joaquim Pereira de Macedo, filho de José Pereira de Macedo, natural da Covilhã.
Distincto. — Antonio Venancio da Gama Pimentel, filho de José Manoel da Gama, natural de Lidães, concelho de Mirandella.
» — Fernando de Miranda Monterroso, filho de Manoel Monteiro da Silva Ribeiro Miranda, natural do Porto.

9.ª CADEIRA (CHIMICA MINERAL)

Premio honorifico. — José d'Oliveira Serrão d'Azevedo.
Accessit. — Alberto d'Almeida Magro.
» — Antonio Coutinho d'Araujo Pimenta, filho de José Coutinho d'Araujo Pimenta, natural do Porto.
» — Antonio Venancio da Gama Pimentel.
» — Fernando de Miranda Monterroso.
» — João Leite de Castro.
» — Joaquim Pereira de Macedo.
» — José Maria Pacheco da Silva Lemos, filho de José Narciso Pacheco da Silva Lemos, natural de Villela, concelho de Paredes.
» — Antonio Caetano Ferreira de Castro.
Distincto. — Carlos Affonso da Silva Rios, filho de Rodrigo da Silva Rios, natural do Rio Grande do Sul (Brazil).
» — Francisco Xavier de Sousa Pinto Leitão, filho de Jeronymo Pinto Leitão, natural do Porto.
» — Ricardo de Lemos e Castro, filho de Miguel Zeferino e Castro, natural d'Agueda.
» — Alypio Augusto Trancôso, filho de Firmino Antonio Trancôso, natural de Bragança.
» — Carlos Alberto de Lima, filho de Antonio Joaquim de Lima, natural do Porto.
» — Diolindo de Mello Ferreira e Sousa, filho de José Ferreira de Mello, natural de Margaride, concelho de Felgueiras.
» — Ernesto Achilles de Fontes, filho de Antonio Francisco de Fontes, natural do Porto.
» — Gaspar José Tavares de Castro, filho de Antonio Tavares, natural de Castellões, concelho de Cambra.

9.ª CADEIRA (CHIMICA ORGANICA)

Accessit. — Joaquim Francisco Vieira.
» — José dos Santos Andrade, filho de José dos Santos Andrade, natural de Fradellos, concelho de Villa Nova de Famalicão.
» — Augusto José de Castro, filho de José Joaquim de Castro Junior, natural do Rio de Janeiro (Brazil).
Distincto. — Julio Maximo do Nascimento Trigo.

10.ª CADEIRA

Accessit. — Alberto Perry de Sampaio, filho de Antonio de Sampaio Pereira, natural do Porto.
Distincto. — Aloysio José Moreira, filho de José Luiz Moreira, natural de Santa Marinha de Figueira, concelho de Penafiel.
» — Augusto José de Castro.
» — Joaquim Francisco Vieira.
» — José Gonçalves Martins.

12.ª CADEIRA

Accessit. — Estevão Torres.

§ 5

Designação dos alumnos que tiraram carta de capacidade de cursos da Academia no anno lectivo de 1884 a 1885.

Nomes e designação do curso	Data em que foi conferida a carta do curso
Pontes e Estradas	
Julio Pinto da Costa Portella......	17 de dezembro de 1884.
Saturnino de Barros Leal.........	11 de maio de 1885.
Henrique Carvalho d'Assumpção...	20 de julho de 1885.
Estevão Torres.................	13 de agosto de 1885.
José Maria Pinto Camello.........	19 de agosto de 1885.
João José Lourenço d'Azevedo....	2 de setembro de 1885.
Antonio Villela d'Oliveira Marcondes.	23 de setembro de 1885.
Minas	
Antonio Villela d'Oliveira Marcondes.	23 de setembro de 1885.

§ 6 — **Mappa estatistico do movimento dos alumnos da Academia no anno lectivo de 1884 a 1885**

CADEIRAS	ALUMNOS MATRICULADOS POR CADEIRAS		APPROVADOS		REPROVADOS	NÃO EXAMINADOS	ALUMNOS DISTINCTOS COM			TOTAL DOS DISTINCTOS
	1.ª classe	2.ª classe	n. d.	simp.			premio	accessit.	m. honrosa	
1.ª	7	28	7	3	3	22		1		1
2.ª	4	11	8		1	6		1	1	2
3.ª	3	3	4		1	1		1		1
4.ª	22	40	31	5		26	pecun. 1 honor. 1		3	5
5.ª	5	3	6	1		1				
6.ª	8	5	6			7				
7.ª	44	29	31	5		37		2	3	5
8.ª	18	52	33	17		20		6	2	8
9.ª (chimica mineral)	22	61	45	11		27	honor. 1	8	8	17
9.ª (chimica organica)	26	31	33	16		8		3	1	4
10.ª (botanica)	31	40	47	15		9		1	4	5
10.ª (agricultura)	26	18	22			22				
11.ª	7		2			5				
12.ª	23	32	19			36		1		1
13.ª	10	3	8	3		2			3	3

IV

A REFORMA DA ACADEMIA

PELA

CARTA DE LEI DE 21 DE JULHO E DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1885

I.—A CARTA DE LEI DE 21 DE JULHO DE 1885

---

§ 1

Origem: projecto de lei n.º 28-K de 1885

Senhores. — De entre os estabelecimentos nacionaes consagrados ao ensino superior é a academia polytechnica do Porto, o que se acha em condições menos adequadas a satisfazer aos fins da sua creação. Destinada pelo decreto de 13 de janeiro de 1837 a desempenhar no nosso paiz o papel de uma *polytechnica industrial,* não recebeu da sua primitiva organisação, nem obteve das modificações posteriores as condições indispensaveis para o bom desempenho de sua missão.

Se este facto até hoje tem sido de consequencias nocivas e muito para lastimar, é certo que os males d'elle resultantes de ora para futuro se aggravarão por fórma que não permittem, sem criminosa incuria, perda de tempo em vãs espectativas, e o protelar de melhoramentos, que sem implicarem modificação na indole d'este estabelecimento, ou constituirem assumpto, que bem mereça titulo de reformação do seu plano de estudos, não deixarão comtudo de lhe adduzir grande melhoria. E isto em condições viaveis, porquanto, com prazer o declaramos, e para este ponto particularmente chamamos a vossa esclarecida attenção, pela conversão em lei do projecto que submettemos ao vosso estudo não serão augmentados os encargos ao thesouro.

Senhores. O mal estar das nossas industrias é por tal fórma evidente, que desnecessario se torna esboçar-vos aqui a sombra de uma demonstração. Infelizmente ella cerca-nos, envolve-nos, asphyxia-nos. A isto têem attendido os poderes publicos procurando no fomento ao ensino industrial remedio para males que, bem póde dizer-se, interessam tudo quanto ha de mais vital n'uma nacionalidade — o seu organismo productor. Mas, se é certo que o ensino industrial elementar tem recebido do estado auxilio que ha-de agradecer com generosa remuneração, é facto que o ensino industrial superior tem jazido no mais completo abandono.

A elle não auctorisam nem o exemplo das nações de quem somos tributarios no campo industrial, nem o que é sabido das condições da industria moderna. O ensino elementar póde crear o bom artifice, e fomentar a pequena industria; mas é impotente perante a grande, hoje dominante, que carece de vastos conhecimentos, de homens profundamente instruidos, que por via de regra só das escolas superiores podem sahir. Por isso, se applaudimos a creação dos museus industriaes e escolas elementares, suppomos inadiavel attender ao ensino superior technologico. Se não houvesse escóla que lhe fosse consagrada, necessario se tornava creal-a; havendo-a, importa melhoral-a.

Senhores. A' fugaz passagem pelas cadeiras do poder do insigne patriota Passos Manoel devemos a polytechnica do Porto, onde entre nós se fundou o ensino industrial superior. Por motivos que pouco importa agora considerar, não pôde aquelle grande estadista vasar nos amplos moldes, que de certo se antolharam ao seu luminoso espirito, o ensino que inaugurou no nosso paiz. Não o fez pelo decreto de 1837; e não o conseguiram a posterior reforma de 1844 e subsequentes medidas legaes. Nasceu fraco, e não tem progredido em robustez aquelle malfadado estabelecimento scientifico, destinado a preencher uma lacuna importantissima da nossa educação nacional, e collocado na capital da zona mais populosa, emprehendedora e activa de todo o reino. A isso se tem opposto a hostilidade das circumstancias, feita de malquerenças e indiffe-

rentismos, cuja paternidade e responsabilidade não queremos apurar, mas que obriga os seus cursos a ministrarem-se ainda hoje n'um edificio em parte incompleto, em parte arruinado, e ainda assim applicado aos mais heterogeneos destinos, com dotações sempre miseravelmente minguadas e uma penuria de adeiras que orça pelo ridiculo; e a contar-se tão sómente como força benefica para a academia com a boa vontade já hoje tradicional dos seus professores, que desde a sua fundação constantemente têem luctado pela prosperidade do estabelecimento a que pertencem com um zêlo e dedicação, condignos do sacerdocio que exercem, mas nunca devidamente reconhecidos e apreciados.

Attenuar na medida do possivel os defeitos apontados emquanto se não deparar occasião azada para reformar convenientemente esta ordem de cousas é prestar um serviço importante á educação profissional superior.

E sendo indiscutivel que, sem sacrificios monetarios, póde attender-se ás necessidades mais instantes da academia, convencemo-nos que não recusarieis a vossa approvação a projecto de lei que visasse a esse fim. N'esta fé passamos a expor-vos as suas bases.

A propina de matricula e addicionaes na academia polytechnica são do valor de 1$556 réis. Nada justifica a cobrança de imposto tão insignificante, muito menor do que o incidente sobre os alumnos de instrucção secundaria. Por isso vos propomos que se restabeleça a antiga propina de matricula, determinada pelo artigo 163.º do decreto de 13 de janeiro de 1837, com os addiccionaes sanccionados pelas leis posteriores, uniformisando-se d'este modo as propinas de matricula na academia polytechnica e nas escólas medico-cirurgicas, e se determine a propina de 4$500 réis, a exemplo do que se pratica na universidade, para a concessão de licenças de repetição de acto, sem frequencia, acto final fóra da epocha competente e de transito entre classes differentes. O augmento de receita resultante d'estas providencias ascenderá a quantia muito superior a 4:000$000 réis.

Com esta verba póde conseguir-se, sem aggravamento das

nossas finanças o que não deixará de concorrer para a sua melhoria, isto é, vantajosas modificações nos cursos da academia, pelo desdobramento da 3.ª, 6.ª, 9.ª e 13.ª cadeiras, e augmento das dotações dos estabelecimentos academicos.

Para fazerdes idéa do modo como se acham sobrecarregadas as mencionadas cadeiras e da impreterivel necessidade de as desdobrar, por-vos-hemos em parallelo, perante o mesmo quadro de disciplinas, o seu numero na academia e na escóla central de Paris, a qual tem servido de typo e modelo a outras da mesma ordem no estrangeiro e a cujo grupo pedagogico a nossa polytechnica pertence.

O ensino da geometria descriptiva e suas applicações, da mechanica geral e da cinematica, materias todas professadas na 3.ª cadeira da academia polytechnica, está confiado na escóla central aos cuidados de dois professores, dois repetidores e um chefe de trabalhos. As disciplinas, que actualmente abrange a 6.ª cadeira, mineralogia, geologia, metallurgia e lavra de minas, são explicados na mesma escóla por tres professores e tres repetidores, sendo de dois annos o curso de exploração de minas. Para o ensino da chimica, que constitue o da 9.ª cadeira, ha quatro professores, quatro repetidores e dois chefes de trabalhos praticos. Emfim as variadissimas doutrinas ensinadas em dois annos na 13.ª cadeira por um só professor (mechanica applicada e construcções civis) são entregues na escóla central aos assiduos cuidados de onze professores e dez repetidores.

As necessidades da academia, que bem podeis avaliar quaes sejam em presença do que vos deixámos exposto, não ficam de certo satisfeitas com as medidas que vos propomos. A creação de novas cadeiras, a de repetidores para cada cadeira, ou grupo de cadeiras affins, e a de chefes de trabalhos, etc., fica ainda recommendando-se á consideração de quem pretender reformar convenientemente este ramo de serviço publico.

Impozemo-nos, porém, o dever de traçar o nosso plano de melhoramentos dentro dos limites da receita creada, e d'esse proposito nos não apartamos, embora a isso nos concitassem considerações do mais elevado alcance.

Quizemos que este projecto nascesse sem o peccado original do augmento de receita, para que mais facilmente podesse obter salvação.

Terminámos por aqui a já longa exposição dos nossos propositos, pedindo-vos que em nome do optimo que de futuro possa fazer-se não recuseis a vossa approvação ao que porventura haja de bom no seguinte

PROJECTO DE LEI

Artigo 1.º A geometria descriptiva e suas applicações, mechanica geral e cinematica actualmente professadas por um só lente na 3.ª cadeira da academia polytechnica do Porto, serão lidas de ora ávante em duas cadeiras; por igual fórma se procederá ácerca da mineralogia, geologia, metallurgia e lavra de minas (6.ª cadeira), e da chimica inorganica e organica (9.ª cadeira); as disciplinas da 13.ª cadeira (mechanica applicada e construcções civis) serão distribuidas por tres cadeiras.

§ 1.º O conselho academico procederá immediatamente á revisão dos programmas dos cursos legaes da academia polytechnica, ordenando e distribuindo as suas materias pelas dezoito cadeiras que ficam constituindo o seu quadro, estabelecendo o ensino biennal n'aquellas que julgar conveniente, e fixando o numero de annos de cada um dos cursos legaes da academia, de accordo com o maior desenvolvimento dos estudos. Estes programmas, depois de approvados pelo governo, serão postos em vigor no anno lectivo immediato ao da approvação d'esta lei.

§ 2.º Para occorrer ás despezas creadas pelas disposições precedentes, cobrar-se-ha a propina de 11$520 réis e respectivo addicional, designado no decreto de 26 de junho de 1880, por cada matricula nos cursos da academia polytechnica, e a verba de 4$500 réis por cada licença de repetição de acto sem frequencia, exame final fóra da epocha competente, ou transito entre differentes classes. O excedente da receita será applicado ao augmento das dotações dos gabinetes, aos museus do

referido estabelecimento scientifico, e ás despezas dos alumnos em missão.

Art. 2.° Ficam revogados o artigo 121.° § 3.° do decreto de 29 de setembro de 1836, artigo 143.° do decreto de 20 de setembro de 1844, e mais legislação em contrario.

Sala das sessões, em 26 de março de 1885. — *W. de Lima, Albino Montenegro, José Augusto Correia de Barros.*

§ 2

Parecer n.° 36 da commissão de instrucção superior da camara dos deputados e parecer da commissão de fazenda da mesma camara sobre o projecto anterior

Senhores. — A' vossa commissão especial de instrucção superior foi presente o projecto de lei n.° 28-K, de iniciativa dos snrs. deputados Wenceslau de Lima, Albino Montenegro e José Augusto Correia de Barros, tendente a reorganisar os estudos da academia polytechnica do Porto.

Já de ha muito se pensa em melhorar o ensino official superior no paiz. Têem-se empenhado, por mais uma vez, os governos em lançar as bases geraes de uma reforma, que colloque os nossos estabelecimentos de ensino superior nas condições, que imperiosamente exigem os rapidos progressos das sciencias. Para esse effeito têem sido consultados os diversos conselhos escolares, como as corporações mais competentes, para indicarem as modificações aconselhadas pelas modernas conquistas mentaes, e pelas circumstancias do paiz.

Apesar d'estes esforços, d'esta laboração, imposta por uma indeclinavel necessidade, ainda até hoje nada se levou a effeito.

As circumstancias quasi sempre apertadas do thesouro, o estudo dos importantissimos melhoramentos materiaes executados no paiz, o sem numero de problemas de administração

publica que diariamente se apresentam, as exigencias de uma complicação crescente, nos varios negocios da governação do estado, tudo tem impedido a reforma da nossa instrucção superior, desviando para outros assumptos, sem duvida urgentes, a attenção dos governos e dos corpos legislativos.

Mas vae-se avizinhando o momento critico, em que será inadiavel a remodelação dos estabelecimentos scientificos, aos quaes está incumbida a elevada missão de transmittir a educação mental á mocidade hodierna, que ha-de ser a sociedade de ámanhã. Todos sabem e comprehendem que este é o mais importante e nobre dos misteres sociaes, porque inuteis serão as leis, os preceitos de administração publica, os progressos materiaes, os aperfeiçoamentos das industrias e das artes, a riqueza do commercio, tudo emfim que constitue a actividade humana e a vida collectiva das nações, sem a instrucção que é a sua base fundamental, que vivifica e anima aquella actividade, que é emfim a unica origem dos progressos do espirito e das conquistas da sciencia, das riquezas materiaes e do aperfeiçoamento moral.

Progresso sem instrucção não se comprehende; prosperidade sem vida intellectual não existe; felicidade, na alta comprehensão moderna d'esta palavra, sem elevados dotes psychicos não póde haver; moralidade e ignorancia repugnam.

Não podemos resignar-nos, sem a perda da nossa dignidade, como homens, e da nossa autonomia como nação, a continuar no desempenho do papel passivo de admiradores da civilisação dos paizes cultos, de espectadores inconscientes do complexo, e ao mesmo tempo maravilhoso drama, que constitue a vida moderna, de assimiladores mediocres das idéas alheias, de imitadores mesquinhos dos processos estranhos em toda a ordem de concepção e de prática, de colleccionadores infecundos das conquistas do espirito investigador dos outros, de ridiculos comparsas, fidalgamente inhabeis ou estupidamente inuteis, amontoados em beatifica contemplação n'um canto da terra, ignorado e desprezado até ao momento em que os que trabalham e avançam se lembrem, em nome da utilidade e até da justiça universal, de nos expropriar o solo

abençoado da patria, e nos decretar a tutela que se estabelece aos menores e aos incapazes.

O povo portuguez dotado naturalmente de agudeza de espirito, de excellentes faculdades mentaes, de sagacidade prática, e ao mesmo tempo das mais pacientes e benignas disposições moraes, merece bem um alto logar no convivio das nações civilisadas.

Já que não é possivel realisar de uma só vez a reforma de todos os nossos estabelecimentos superiores de instrucção, procuremos ao menos ir provendo de remedio, a pouco e pouco, ora n'um ora n'outro, ás necessidades que, á força de serem instantes e imperiosas, transformarão dentro em pouco esses mesmos estabelecimentos em instituições exoticas, desprestigiadas, inuteis e ridiculas, se não nos apressarmos a valer-lhes emquanto é tempo.

No excellente relatorio que precede a proposta de lei a que nos referimos, se mostra com toda a clareza e exacção o estado actual da academia polytechnica do Porto, e se faz a comparação d'este instituto com a escóla central de Paris, cuja indole é da mesma natureza.

Não mira a proposta a equiparar a nossa academia á escóla de Paris, nem a vossa commissão vos proporia tal medida, porque a exiguidade dos nossos dinheiros publicos não se compadeceria com as avultadas despezas que para isso seria necessario fazer.

Se não hesitamos em solicitar a vossa approvação para esta reforma, é porque, no estudo que d'ella fizemos, começamos por averiguar primeiro que tudo a sua parte economica.

Effectuar o melhoramento e ampliação de qualquer serviço publico, sem augmentar a despeza que com elle presentemente se faz, é um problema cuja solução parece impossivel. Comtudo a boa vontade chega muitas vezes a superar os maiores obstaculos e a tornar exequivel o que se antolhava como absurdo.

E' de ver que, em taes casos, não póde deixar de se transigir um pouco quanto á perfeição da obra; mas em todas as

cousas e para todos os effeitos, sempre valeu mais possuir um instrumento relativamente bom, e, em caso de necessidade, recompol-o e melhoral-o, a conservar outro que na sua genuidade primitiva não se preste ao uso para que se destina.

A academia polytechnica do Porto é composta actualmente de treze cadeiras, que fornecem a materia dos seguintes cursos:

Engenheiros de pontes e estradas.
Engenheiros de minas.
Engenheiros geographos.
Agricultores.
Mestres de fabricas, etc.

As disciplinas da grande maioria das cadeiras são ensinadas n'um anno apenas, e portanto pouca latitude se lhes póde dar. Por outro lado com tão limitado quadro de cadeiras, os cursos são imperfeitos e perfunctorios.

Propõe-se a creação de cinco novas cadeiras, proveniente do desdobramento da 3.ª, 6.ª, 9.ª e 13.ª, nas quaes se ensinam respectivamente a geometria descriptiva, a mechanica, a chimica, a mineralogia, a geologia, a arte de minas e a mechanica applicada.

E' impossivel impulsionar o ensino das citadas sciencias, e preparar convenientemente os alumnos não só com os conhecimentos praticos proprios de cada uma, como com as habilitações technicas que são indispensaveis nas diversas profissões para que habilita a academia, sem dotar melhor os seus laboratorios, alargando a esphera dos trabalhos que n'elles devem executar-se, e sem proporcionar aos alumnos por via de excursões, ou de missões de estudo prático, os conhecimentos de facto que não podem aprender-se nos livros, nem dentro do edificio da academia.

E' por isso forçoso dotar com alguns recursos, embora modestos, os diversos serviços que se ligam com as missões e o estudo nos laboratorios. Para isso lembra-se, e com justiça, a elevação das propinas de matricula a 11$520 réis como

nas outras escolas do paiz, e o pagamento de 4$500 réis por cada transito de uma para outra classe, licença ou exame extemporaneo, como se pratica na universidade. Calcula-se que estes recursos deverão fornecer á academia um rendimento annual superior a 4:000$000 reis, que serão destinados para os fins que ficam expostos.

Não ha, na verdade, razão alguma que aconselhe ou justifique a excepção que, com respeito ás propinas de matricula, se dá na academia polytechnica do Porto, e por isso a vossa commissão acha legitimo o alvitre que se propõe, por meio do qual se póde ampliar não só o ensino oral e theorico, mas tambem o estudo prático e technologico, que constitue a indole essencialmente industrial d'este instituto.

Desnecessario é abonar com mais detidas considerações, que a vossa proficiencia suppre e dispensa, os motivos que levaram a vossa commissão especial de instrucção superior a considerar a proposta de reforma a que nos referimos, tão util quanto inadiavel, ao mesmo passo que não exige o mais pequeno sacrificio do thesouro.

Por isso é a vossa commissão de parecer, de accordo com o governo, que a referida proposta deve converter-se no seguinte projecto de lei:

Artigo 1.º A geometria descriptiva e suas applicações, mechanica geral e cinematica, actualmente professadas por um só lente na 3.ª cadeira da academia polytechnica do Porto, serão lidas d'ora ávante em duas cadeiras; por igual fórma se procederá ácerca da mineralogia, geologia, metallurgia e lavra de minas (6.ª cadeira) e da chimica inorganica e organica (9.ª cadeira); as disciplinas da 13.ª cadeira (mechanica applicada e construcções civis) serão distribuidas por tres cadeiras.

§ 1.º O conselho academico procederá immediatamente á revisão dos programmas dos cursos legaes da academia polytechnica, ordenando e distribuindo as suas materias pelas desoito cadeiras que ficam constituindo o seu quadro, estabelecendo o ensino biennal n'aquellas que julgar conveniente, e fixando o numero de annos de cada um dos cursos legaes da academia, de accordo com o maior desenvolvimento dos estu-

dos. Estes programmas, depois de approvados pelo governo, serão postos em vigor no anno lectivo immediato ao da approvação d'esta lei.

§ 2.º Para occorrer ás despezas creadas pelas disposições precedentes, cobrar-se-ha a propina de 11$520 réis e respectivo addicional designado no decreto de 26 de junho de 1880, por cada matricula nos cursos da academia polytechnica, e a verba de 4$500 réis por cada licença de repetição de acto sem frequencia, exame final fóra da epocha competente, ou transito entre differentes classes. O excedente da receita será applicado ao augmento das dotações dos gabinetes, aos museus do referido estabelecimento scientifico, e ás despezas dos alumnos em missão.

Art. 2.º Ficam revogados o artigo 121.º § 3.º do decreto de 29 de dezembro de 1836, o artigo 143.º do decreto de 20 de setembro de 1844 e mais legislação em contrario.

Sala das sessões, em 9 de abril de 1885. — *Avelino Cesar A. Calixto, Ignacio Francisco Silveira da Motta, Bernardino Machado, Alfredo da Rocha Peixoto, João J. d'Antas Souto Rodrigues, W. de Lima, João Augusto Teixeira, F. A Correia Barata*, relator. Tem voto dos snrs. deputados: *Marianno de Carvalho, Lopes Vieira.*

A commissão de fazenda conforma-se, ouvido o governo, com o precedente parecer da illustre commissão de instrucção superior.

Em commissão, 13 de abril de 1885. — *Antonio Maria Pereira Carrilho, Marçal Pacheco, Franco Castello Branco, Moraes Carvalho, João Marcellino Arroyo, Augusto Poppe, A. C. Ferreira de Mesquita, Pedro Roberto Dias da Silva, Pedro Augusto de Carvalho, Correia Barata, L. Cordeiro*, relator. Tem voto dos snrs. deputados: *Manoel d'Assumpção, Adolpho da Cunha Pimentel.*

§ 3

Parecer n.º 17 das commissões reunidas de instrucção publica e de fazenda da camara dos dignos pares

SENHORES. — As vossas commissões reunidas de instrucção publica e de fazenda examinaram, com a minuciosa e demorada attenção que o caso requeria, o projecto de lei n.º 14, vindo da camara dos senhores deputados, o qual tem por objectivo principal o desdobramento de algumas cadeiras da academia polytechnica do Porto, e vem hoje dar-vos conta resumida e succinta dos resultados d'esse consciencioso estudo.

Senhores. Não se propozeram os auctores do projecto tão elevado designio como o de reconstruir de um só jacto, sobre novas e mais largas bases, de harmonia com mais amplos e modernos planos, a já tão antiquada, carcomida e acanhada fabrica da nossa instrucção superior e especial.

Não os guiou mesmo o intuito de reconstruir de prompto sob uma fórma, se não definitiva e perfeita, ao menos notavelmente duradoura e completa, uma das partes mais importantes d'esse edificio, transformando-o desde já a academia polytechnica do Porto em uma verdadeira *polytechnica industrial*, modelada sobre o organismo das suas similares em outros paizes mais adiantados na resolução do problema da instrucção publica, dando-lhe assim e a final uma feição technica bem caracteristica e distincta que faria d'ella um dos orgãos mais essenciaes e proficuos da nossa instrucção superior.

Não é que aos auctores do projecto fallecesse o animo, ou não sobrasse a intelligencia e cultura para tão altos commettimentos, nem que a algum d'elles escapasse esta verdade já agora banal e como que axiomatica, de que «uma instrucção solidamente organisada é fundamento essencial de toda a moderna actividade social, e a mais segura garantia do progressivo desenvolvimento das nações».

A historia, nas suas paginas mais recentes, como o racio-

cinio *à priori*, ensinaram por certo aos esclarecidos auctores do projecto, como aos membros das vossas commissões reunidas, como a nós todos, que o paiz que se não inspira d'esta verdade dá em breve a todos os outros o espectaculo lastimoso da irremediavel decadencia das suas instituições, da profunda viciação nos seus costumes, do fatal definhamento das suas industrias, e da consequente diminuição nas suas riquezas.

Convencidos, porém, os auctores do projecto, como as vossas commissões reunidas, de que a realisação de tão elevados planos, a resolução por completo de tão momentoso, complexo e difficil problema como o da reorganisação definitiva de todos ou de algum dos orgãos da nossa instrucção superior theorica e technica, mal cabe na iniciativa e nas forças de outros que não sejam os supremos representantes da sociedade, limitaram a proporções mais modestas, se bem que manifestamente uteis e immediatamente realisaveis, o objectivo do projecto de lei que ás vossas commissões reunidas incumbe estudar.

Antes, porém, de emprehender este estudo mais minucioso do projecto, as vossas commissões reunidas, convencidas de que, em Portugal, os governos, distrahidos porventura os seus cuidados e attenções para assumptos que se lhes afiguraram reclamar mais prompta solução, não têem feito em prol da instrucção nacional quanto fôra para desejar, jazendo de ha muito e quasi por completo abandonados um dos seus ramos e graus, a instrucção superior e technica, entenderam cumprir opportunamente um dever indeclinavel, aproveitando o ensejo proporcionado pelo estudo das linhas geraes d'este projecto para solicitar para tão momentoso assumpto a mais séria e cuidadosa attenção dos poderes publicos.

Isto posto entremos em mais minucioso exame do projecto.

Tem elle por fim o desdobramento de tres das treze cadeiras que compõem actualmente o quadro de estudos da academia polytechnica do Porto.

São cinco as cadeiras creadas por virtude d'este desdo-

bramento; duas theoricas, a geometria descriptiva e a chimica organica e analyse chimica; tres technicas, a arte e lavra de minas, e duas de construcções civis; e as vossas commissões reunidas entendem que não só a creação d'estas cinco cadeiras é essencial para legitimar a existencia na academia da maior parte dos cursos technicos que n'ella actualmente se professam, como absolutamente necessaria para que os poderes publicos levantem com rasão bastante o como que interdicto que desde 1873 pesa sobre a academia do Porto no tocante a um dos seus fins legaes, o preparo de alumnos para os cursos das armas scientificas professados na escóla do exercito.

De resto, a natureza das cadeiras creadas bem deixa ver que a parcial e modesta remodelação de estudos que actualmente se nos propõe é perfeitamente talhada de molde a não prejudicar qualquer futura reorganisação mais ampla no sentido acima indicado pelas vossas commissões.

O meio proposto pelos auctores do projecto, para que o objecto d'elle seja realisavel sem encargo para o thesouro publico, parece ás vossas commissões efficaz e acceitavel. Consiste este meio na elevação das propinas de matricula a um nivel ainda inferior ás que se pagam na universidade de Coimbra, approximadamente igual ás necessarias para cursar a escóla polytechnica de Lisboa, e de muito inferior ao que é exigido aos alumnos de escolas analogas, ainda nos paizes mais pobres da Europa.

Prova a média do numero de matriculas realisadas nos tres annos anteriores na academia, que ainda quando esse numero decrescesse de um quarto, a elevação proposta das propinas daria somma superior á quantia necessaria para cobrir a despeza a fazer com as cadeiras creadas, e á vossa commissão, nem repugna o principio de que as cartas dos cursos superiores, como instrumentos que são de interesse e proveito individual, devam ser conquistados á custa de um dispendio relativamente elevado, nem parece rasoavel que em escolas da mesma ordem sejam obtidas em tão diversas condições de despeza.

As vossas commissões são portanto de parecer que o projecto n.º 14, vindo da camara dos senhores deputados, seja approvado, para que, convertido em decreto das côrtes geraes, suba á regia sancção.

Sala das commissões, em 25 de maio de 1885. — *Antonio de Serpa, Mendonça Cortez, Barros e Sá, Augusto Xavier Palmeirim, Gomes Lages, José Pereira da Costa Cardoso, Thomás de Carvalho, João Baptista da Silva Ferrão de Carvalho Mártens, Couto Monteiro, Francisco Joaquim da Costa e Silva, Henrique de Macedo*, relator.

Tem voto dos exc.mos snrs.: *Conde de Ficalho, Conde de Gouveia, Visconde de Bivar, Telles e Vasconcellos.*

§ 4

Representação do conselho da academia polytechnica do Porto

Senhores! — Ha quarenta e oito annos que, por iniciativa de um illustre ministro da corôa, era creada no Porto a Academia Polytechnica. Esta creação satisfazia a uma necessidade publica de dia a dia tornada mais manifesta: a de formar com solida instrucção directores de emprezas industriaes e de obras civis. O pensamento de Manoel da Silva Passos foi de certo o dotar o paiz n'um dos seus centros mais populosos e activos, de um ensino analogo ao que na Escóla Central d'artes e manufacturas de Paris fôra iniciado, oito annos antes, pelos esforços e cooperação de Olivier, Péclet, Lavallée e Dumas; foi, n'uma palavra, o de crear n'esta cidade uma Escóla Polytechnica industrial.

E' certo, porém, que os meios fornecidos para realisar tal ensino foram por demais insufficientes para que os estudos tivessem a intensidade necessaria a uma solida instrucção technica; d'isto resultaram para o corpo escolar difficuldades quasi invenciveis na organisação dos programmas dos estudos.

*

E comtudo, apesar d'estas condições desfavoraveis, seja-lhe licito dizel-o, a Academia tem visto sahir dos seus cursos nomes vantajosamente conhecidos na engenheria e sciencia portugueza.

Não nos cumpre n'esta occasião insistir em todos os defeitos de organisação da Academia Polytechnica, sobre que aliás já se tem manifestado desde muito, a direcção e conselho escolares.

Citaremos sómente um dos capitaes, a falta de numero indispensavel de cadeiras onde fossem lidas as sciencias industriaes, a ponto tal que desde longo tempo um ou mais professores, para que não fosse vã a educação scientifica ministrada aqui, tem tomado sobre si, sem remuneração alguma, a regencia d'alguns cursos indispensaveis a que a lei não attendeu.

A insufficiencia de numero de cadeiras mais uma vez se tornou manifesta ao conselho quando, ao organisar em 1884 os quadros dos cursos legaes da Academia, de accordo com o que lhe fôra ordenado por portaria de 26 de junho de 1883, pretendeu attender ás justas exigencias do ensino moderno. Já então o conselho notava que as cadeiras mais sobrecarregadas de materias e onde, portanto, o ensino seria fatalmente incompleto, eram: a 3.ª cadeira, que comprehende a geometria descriptiva e suas applicações e a mecanica racional e cinematica; a 6.ª, na qual não só estão incluidas a mineralogia e a geologia, sciencias historico-naturaes, como tambem a metallurgia e a arte de minas, cujo ensino tem um caracter differente; a 9.ª, que comprehende não só a chimica mineral e organica mas ainda a chimica analytica, á qual cumpre dar grande desenvolvimento; e a 13.ª cadeira, que abrange quasi toda a sciencia do engenheiro civil, isto é, toda a mecanica applicada e todas as construcções civis, sciencias estas que na Escóla Central d'artes e manufacturas estão affectas a onze professores e dez repetidores, e que não devem ser lidas na nossa escóla por menos de tres professores. Esta simples exposição dispensa-nos de insistir, perante a vossa illustração, sobre a urgencia que ha-de ampliar n'estas quatro cadeiras o

ensino respectivo a fim de que a educação scientifica n'esses diversos ramos seja uma realidade.

Tendo sido apresentado n'essa camara, em sua sessão de 24 do corrente, pelo membro d'este conselho dr. Wenceslau de Lima, um projecto de lei no qual se attende ao aperfeiçoamento do ensino academico pelo seu maior desenvolvimento n'aquellas cadeiras em que elle é mais defficiente, vimos pedir-vos que sanccioneis com o vosso voto um melhoramento da mais alta valia não só para esta escóla, como em geral para o ensino publico.

Dar, com effeito, a devida amplitude ao ensino technico, nunca foi mais necessario do que hoje, em que os principios scientificos devem regular os processos industriaes, e em que é geralmente reconhecida a falta de engenheiros devidamente habilitados para os diversos ramos da nossa industria.

Este ensino technico superior impõe-se ainda mais pelo desenvolvimento que já tem no paiz o ensino elementar profissional nas escolas, institutos e museus industriaes; sendo, por isso, necessario dar-lhe o seu complemento indispensavel, a instrucção technica superior.

Realisados os melhoramentos consignados no projecto de lei e attendidas algumas outras necessidades que serão expostas ao governo de Sua Magestade, a Academia Polytechnica poderá então desempenhar desassombradamente e sem os obstaculos de todas as especies que até hoje lhe tem entorpecido a marcha, a missão que lhe compete na instrucção superior portugueza, missão que é especial e distincta da de todas as outras escolas do paiz; e o conselho espera que o fará em proveito publico. Porto, 30 de março de 1885. — *Dr. Francisco de Salles Gomes Cardoso, José Joaquim Rodrigues de Freitas, Dr. Adriano de Paiva Faria Leite Brandão, Joaquim de Azevedo Albuquerque, Antonio Joaquim Ferreira da Silva, Dr. José Diogo Arroyo, F. Gomes Teixeira, Luiz Ignacio Woodhouse, Manoel Amandio Gonçalves.*

Tem o voto dos lentes: *Francisco da Silva Cardoso, Adriano d'Abreu Cardoso Machado, Manoel da Terra Pe*

reira Vianna, Roberto Rodrigues Mendes, Guilherme Antonio Correia, Antonio Alexandre d'Oliveira Lobo.

§ 5

Representação da Camara Municipal do Porto pedindo a approvação do projecto de lei

SENHORES DEPUTADOS DA NAÇÃO PORTUGUEZA. — Em sessão de 25 de março ultimo foi apresentada á vossa consideração pelo snr. deputado Wenceslau de Lima um projecto de lei assignado tambem pelos snrs. deputados Corrêa de Barros e Albino Montenegro, tendente a melhorar o ensino na Academia Polytechnica do Porto. Este projecto é da maxima vantagem e utilidade para collocar a Academia no pé em que deve estar, nunca inferior á Academia Polytechnica de Lisboa, e por isso a Camara Municipal do Porto em nome da cidade, e das provincias do Norte, de que é capital, pede aos snrs. deputados da Nação Portugueza que se dignem approvar o referido projecto de lei. E na verdade tudo que fôr beneficiar a organisação do ensino no primeiro estabelecimento scientifico do Porto, é prestar um serviço não só á instrucção em geral, que sempre lucra com o maior numero d'estabelecimentos scientificos, mas tambem, e especialmente, á cidade do Porto e provincias do norte, as mais bellas e as mais populosas de Portugal. É ao Porto que os filhos d'estas provincias veem buscar o baptismo da instrucção publica, que uma grande parte d'elles não alcançaria se tivesse de a ir buscar a cidades mais distantes, porque os recursos, de que muitos d'elles, e suas familias dispõem, lhes não chegariam para uma permanencia e habitação em cidade mais afastada, onde não encontrariam as condições favoraveis, que o Porto lhes offerece pela sua proximidade das localidades, e pelas relações commerciaes e outras circumstancias, que se não dão entre essas provincias e outra qualquer cidade.

E' por estas e outras considerações, que á vossa illustração parecerem justas e fundadas, que a Camara Municipal do Porto pede, como medida de vasto alcance, que o referido projecto de lei seja sem demora approvado.

Porto e Paços do Concelho, 9 d'abril de 1885. —*Alexandre Carneiro de Vasconcellos*, vice-presidente; *Antonio Ribeiro Moreira, Arnaldo Anselmo Ferreira Braga, José Carneiro de Mello, Fulgencio José Pereira, Miguel Boaventura da Silva Rangel, Manoel Carneiro Alves Pimenta.*

§ 6

Representação da Associação Commercial do Porto

Dignos pares do reino.—Perante essa muito digna assembléa está pendente uma proposta de lei, da iniciativa do snr. deputado dr. Wenceslau de Lima, e assignada tambem pelos illustres deputados Correia de Barros e Albino Montenegro, pelo qual se procura desenvolver, regularisar e aperfeiçoar até onde se julga possivel desde já, nas actuaes circumstancias, e sem gravame do thesouro, o ensino industrial superior que o estado fornece na academia polytechnica do Porto, por meio do desdobramento de algumas cadeiras, que faculte dar mais amplitude ao ensino das materias até agora inconvenientemente accumuladas, no intuito de tornar assim a instrucção mais proveitosa, prática e completa.

Em face d'esta tentativa de melhoramento para um dos institutos de ensino superior que o estado mantem n'esta cidade, a associação commercial não podia deixar de applaudir e apoiar a louvavel iniciativa da camara electiva.

Mas além d'este motivo geral que influe no animo dos abaixo assignados, para quem todos os melhoramentos, e em particular os de ensino publico, se afiguram poderosos elementos de progresso, ha um interesse muito especial que no

caso presente suscitou vivamente as attenções do corpo do commercio d'esta cidade.

Sabeis, senhores, que na academia polytechnica, a par do ensino superior industrial, ha organisado um curso superior de instrucção commercial, e esta instituição interessa directamente á classe a que os abaixo assignados se honram de pertencer, por isso que nos tempos de hoje a illustração e altura do espirito são precisas em todos os ramos da actividade humana, e em qualquer posição social.

Esta associação, como interprete das aspirações da sua classe, deseja ardentemente que esse curso de instrucção scientifica destinado ao commercio possa ser o mais altamente proficuo e fructuoso, e que os seus beneficos resultados se estendessem e alargassem ás mais amplas proporções.

Como, porém, se haja notado o facto pouco satisfactorio de ser o alludido curso sempre mediocremente concorrido, não obstante os reconhecidos meritos e competencia provada do illustre professor da cadeira de commercio, a associação commercial pensa que no momento de se remodelarem algumas partes da organisação do ensino na academia, fôra tambem opportuno e adequado que se effectuasse uma reforma no curso do commercio, por virtude da qual este ensino utilisasse largamente a respectiva classe, em cujo beneficio foi evidentemente instituido na nossa cidade; e n'este sentido, se tivesse voto na materia, proporia a creação de leituras e demonstrações praticas em um curso nocturno, ao qual certamente poderiam concorrer muitos ouvintes impossibilitados de frequentar as lições diarias.

Com isto não quer, porém, a associação por modo algum complicar ou estorvar o andamento da proposta, tal qual foi presente á assembléa dos illustres representantes da nação.

Antes deseja e pede á camara dos dignos pares que a approve com urgencia, convencida como está de que por essa fórma muito lucrará o ensino technologico na academia, e que dentro dos meios propostos se encontram disposições com as quaes bastante poderá aproveitar o curso commercial, que tanto interesse inspira a esta associação, e para cujo aperfei-

çoamento ella directamente contribuiria se os seus recursos financeiros lh'o permittissem no momento actual.

Certa, pois, esta associação de que o illustrado conselho academico não deixará de attender convenientemente este ponto dos melhoramentos reclamados no curso do commercio, logo que lhe seja dada auctorisação e concedidos os meios que se propõem no projecto, vem n'esta convicção secundar os esforços dos illustres proponentes, e — Pede respeitosamente a prompta approvação da referida proposta de lei, da qual justamente se esperam vantajosos resultados para o ensino publico e interesses economicos d'esta cidade. — E. R. M. — Porto e associação commercial, 29 de abril de 1885. — Presidente, *Ricardo Pinto da Costa*; — 1.º Secretario, *Antonio Manoel Lopes Vieira de Castro*; — 2.º Secretario, *João Baptista de Lima Junior.*

§ 7

Representação da Junta Geral do districto do Porto

Dignos pares do reino da nação portugueza. — A' vossa alta apreciação de assembléa legislativa foi presente um projecto de lei, já approvado na camara dos senhores deputados, onde a sua iniciativa foi tomada pelos illustres membros d'aquelle corpo politico, os snrs. Wenceslau de Lima, Correia de Barros e Albino Montenegro. A approvação d'esse projecto, referindo-se a um melhoramento de grandes resultados para o Porto, como seja a reforma da sua academia polytechnica, não póde ser indifferente á corporação composta dos signatarios da presente representação; e é por isso que a junta geral d'este districto vem respeitosamente perante vós sollicitar a approvação d'esse projecto, já por igual sollicitada por duas importantes corporações do Porto, a sua camara municipal e a sua associação commercial.

Collocar a academia polytechnica do Porto em condições de poder igualar-se o mais possivel em resultados praticos á escóla polytechnica de Lisboa é um altissimo serviço prestado

a toda a região do norte do reino e particularmente á cidade e ao districto do Porto, e é por taes motivos que esta junta geral sollicita a vossa altissima cooperação em regularisar e aperfeiçoar até onde fôr possivel por meio do desdobramento e creação de cadeiras novas o ensino d'aquelle importante estabelecimento, tendo todavia em consideração as actuaes circumstancias do thesouro, que em todas as questões, como muito bem sabeis, devem ser da maior ponderação.

Entendido, como fica dito, que a proposta de lei, de que se trata, importa um melhoramento de primeira ordem para os povos comprehendidos na area do districto, cujos interesses representa, esta junta geral — Pede respeitosamente a approvação da referida proposta de lei, cujos resultados são obvios para o desenvolvimento e economia do districto.

Porto e sala das sessões da junta geral do districto, em 15 de maio de 1885. — *Antonio Ribeiro da Costa e Almeida*, Presidente interino. — *Visconde de Barreiros, José Manoel da Costa Faria e Silva, Antonio Gonçalves Ribeiro, Alfredo A. Albergaria de Castro e Silva, Antonio Pinheiro Carneiro, José Torquato Teixeira Soares, Joaquim Nogueira Soares Vieira, Antonio Pinto de Mesquita Carvalho Magalhães, A. N. de Azevedo Magalhães, Henrique Maria Ferraz Vianna, Antonio Camello d'Almeida Carvalho, Joaquim Antonio d'Ascenção e Oliveira, Joaquim d'Araujo*, Vice-Secretario.

§ 8

Artigos extrahidos do «Commercio do Porto»

Porto 15 de abril.

ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO

Reformando a antiga Academia de Marinha e Commercio, quiz Manoel da Silva Passos dotar a cidade do Porto com um instituto onde fossem devidamente ensinadas as sciencias industriaes; assim o diz com toda a clareza no preambulo do decreto de 13 de janeiro de 1837.

Passos Manoel não foi ministro durante tempo sufficiente para realisar aquelle pensamento; e de todos os seus successores não houve um só que pozesse verdadeiro e efficaz empenho em dar ás provincias do norte uma boa escóla superior dedicada á industria; os varios decretos que modificaram a Academia Polytechnica não satisfizeram as principaes necessidades do ensino; de sorte que ainda hoje alli ha cursos que de modo algum correspondem ao fim a que se destinam.

Um projecto apresentado na camara dos snrs. deputados pelo snr. Wenceslau de Lima, e assignado tambem pelos snrs. Albino Montenegro e Corrêa de Barros, procura em parte preencher algumas das lacunas desde muito assaz notadas no quadro das cadeiras da Academia Polytechnica: o artigo 1.º diz assim:

«A geometria descriptiva e suas applicações, mechanica geral e cinematica, actualmente professadas por um só lente na 3.ª cadeira da Academia Polytechnica do Porto, serão lidas d'ora ávante em duas cadeiras; por igual fórma se procederá ácerca da mineralogioa, geologia, metallurgia e lavra de minas (6.ª cadeira); e da chimica organica e inorganica (9.ª cadeira); as disciplinas da 13.ª cadeira (mechanica applicada e construcções civis) serão distribuidas por tres cadeiras.»

O snr. Wenceslau de Lima fundamentou do seguinte modo esta disposição:

«Para fazerdes ideia do modo como se acham sobrecarregadas as mencionadas cadeiras e da impreterivel necessidade de as desdobrar, pôr-vos-hemos em parallelo perante o mesmo quadro de disciplinas o seu numero na Academia e na Escóla Central de Pariz, a qual tem servido de typo e modêlo a outras da mesma ordem no estrangeiro e a cujo grupo pedagogico a nossa polytechnica pertence.

«O ensino de geometria descriptiva e suas applicações, da mechanica em geral e da cinematica, materias todas professadas na 3.ª cadeira da Academia Polytechnica, está confiado na Escóla Central aos cuidados de 2 professores, 2 repetidores e 1 chefe de trabalhos.

«As disciplinas, que actualmente abrange a 6.ª cadeira,

mineralogia, geologia, metallurgia e lavra de minas, são explicadas na mesma Escóla por 3 professores e 3 repetidores, sendo de 2 annos o curso de exploração de minas. Para o ensino da chimica, que constitue o da 9.ª cadeira, ha 4 professores, 4 repetidores e 2 chefes de trabalhos práticos. Emfim, as variadissimas doutrinas ensinadas em 2 annos na 13.ª cadeira por um só professor (mechanica applicada e construcções civis) são entregues na Escóla Central aos assiduos cuidados de 11 professores e 10 repetidores!»

Seria, portanto, necessario augmentar muito as despezas para que a Polytechnica do Porto igualasse a Escóla Central de Pariz; mas se o estado de nossas finanças obriga a ser modestissimo nos gastos, e só os acrescentar no caso de extrema necessidade, o projecto agora apresentado ao parlamento ministra á Academia parte do que lhe é indispensavel e não aggrava a situação do thesouro; obedece ao principio de não acrescentar o dispendio sem melhorar equivalentemente a receita; para isso eleva a taxa das matriculas; segundo a estatistica da Academia, os novos recursos provaveis bastam com effeito a assegurar a quantia correspondente ás quatro cadeiras que serão creadas; até se julga que haverá excesso, o qual deverá destinar-se a melhoramentos de varias especies e a subsidiar os mais distinctos alumnos para desempenho de missões scientificas.

Na creação de quasi todas as cadeiras, bem como na de receita, o projecto louvavelmente adopta parte de outro que pelo conselho academico foi approvado em 3 de fevereiro de 1882 e remettido ao governo; no relatorio que o acompanhou punha-se já em bom relêvo o inconveniente de ensinar n'uma só cadeira, embora em curso biennal, todos os conhecimentos especiaes do engenheiro; o conselho entendia necessario repartir pelas seguintes quatro cadeiras as disciplinas alli tão incommodamente amontoadas: 1.ª — Mechanica applicada á resistencia dos materiaes; 2.ª — Thermodynamica e machinas a vapor; 3.ª e 4.ª — Construcções civis.

Actualmente pertencem á 13.ª cadeira:

1.º anno — Resistencia de materiaes. Estabilidade de construcções. Construcções em geral. Vias de communicação. Pontes de todas as especies. Theoria das machinas de vapor. Geometria descriptiva applicada ao córte das pedras.

2.º anno — Hydraulica; construcções hydraulicas. Caminhos de ferro. Theoria das sombras. Perspectiva linear. Stereotomia das obras de madeira.

Não póde esperar-se que todas estas materias sejam convenientemente professadas por um só lente, e estudadas em dous annos com a profundeza propria de um estabelecimento de instrucção superior; desdobrar n'umas poucas a 13.ª cadeira é, portanto, uma necessidade que o projecto sensatamente procura satisfazer.

Pelo projecto do snr. Wenceslau de Lima haverá duas cadeiras para o ensino da chimica; não é demasia n'um tempo em que são tão vastas as applicações d'essa sciencia; além d'isto, como na Academia se estuda o curso preparatorio das Escólas Medico-cirurgicas, é indispensavel ensinar com largueza a chimica organica. Pelo que respeita á geometria descriptiva e suas applicações, á mechanica geral e á cinematica, tambem não póde taxar-se de demasia o desdobramento da 3.ª cadeira.

Por tudo isto approvamos o pensamento fundamental do projecto; mas não occultaremos que ao progresso e á utilidade da Academia Polytechnica importa muito que os programmas sejam formulados de modo que se aproveite completamente o ensino dos lyceus; por outras palavras: não se inclua n'elles, a não ser como breve introducção, ou recordação de principios, nenhuma das materias que já foram ensinadas nos lyceus; é evidente que por isto não se exclue o desenvolvimento e o aprofundar das disciplinas professadas nos institutos secundarios; pelo contrario, isto claramente compete aos estabelecimentos superiores.

Tambem é necessario que o ensino tenha, quanto possivel, uma tendencia prática, ou, para melhor nos exprimirmos, verdadeiramente industrial; cumpre que os exercicios acompanhem ou sigam frequentemente as lições dos professores

nas cadeiras de sciencias applicadas; aliaz formar-se-hão cavalheiros diplomados, ou encartados, ou engravatados, para uso de salões e secretarias em vez de homens laboriosos e illustrados para beneficio das fabricas, dos escriptorios e das obras publicas. Os bons gabinetes e muzeus são indispensaveis para que isto se consiga. Parece-nos tambem que o systema de provimento de algumas cadeiras, senão de todas, deve ser differente do actual.

A Academia Polytechnica do Porto ahi tem vivido sem que o Estado cuide muito d'ella; em 1857, isto é, no fim da sua carreira parlamentar, Passos Manoel deplorou a mesquinhez da dotação d'esse estabelecimento; nos 28 annos desde então quasi volvidos, alguns melhoramentos se realisaram; mas quanto não ha ainda a fazer! O projecto a que alludimos procura realisar parte do muito que já devia estar effectuado; é de esperar que ao menos agora as côrtes o approvem.

Não desconhecemos que fôra melhor uma reforma completa; mas receiamos que por causa do bom se perca o soffrivel.

E assim como ao Estado cumpre favorecer o ensino technico, e, portanto, aperfeiçoar a Academia, á camara municipal do Porto muito especialmente corre o dever de contribuir efficazmente para que se conclua o edificio; tal qual se acha, é prova contra a administração municipal e nacional.

Rodrigues de Freitas.

Porto, 10 de junho de 1885.

ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO

I

Um facto sobremaneira notavel para a Academia Polytechnica exige que nos occupemos um tanto demoradamente da organisação d'este estabelecimento scientifico, que póde prestar serviços relevantissimos ao norte do paiz. O facto a que alludimos é, como se sabe, a approvação do projecto de lei

que reorganisa os estudos na Academia, projecto devido á iniciativa do illustre deputado e lente da mesma Academia, o snr. dr. Wenceslau de Lima.

Estamos tão pouco acostumados a vêr os poderes publicos beneficiar a Academia Polytechnica, conceder-lhe mesmo aquillo a que ella tem direito, que achamos motivo para alvoroço no facto importante que acaba de dar-se. Desde muitos annos não alcança aquelle estabelecimento um melhoramento tão assignalado, um tão notavel elemento de progresso para esse instituto que, apesar de tão esquecido nas regiões officiaes, tem dado ao paiz muitos dos seus mais distinctos funccionarios, muitos talentos apreciados em diversos campos das lides intellectuaes.

E' justo que ao fallarmos do projecto fallemos tambem de quantos n'elle cooperaram. A mercê, aliás justissima, feita á Academia, foi tão valiosa, que o reconhecimento não deve ser pequeno; oxalá que, pelo menos, esse reconhecimento possa incitar novas dedicações.

O valor do projecto é grande; amplia o ensino na Academia, distribuindo por tres cadeiras a mechanica applicada e construcções publicas, que constituiam até agora a 13.ª cadeira; estatuindo que a mechanica geral, a cinematica e a geometria descriptiva e suas applicações, lidas até aqui por um só lente na 3.ª cadeira, sejam confiadas a dous professores; desdobrando igualmente as duas cadeiras que havia, uma para o ensino da mineralogia, geologia, metallurgia e arte de minas (6.ª cadeira) e outra para a chimica mineral e organica e analyse chimica (9.ª cadeira). Authorisa o conselho academico á revisão dos programmas dos cursos legaes da Academia, para, depois de approvados pelo governo, serem postos em vigor no proximo anno lectivo. Consigna o principio salutar e utilissimo das missões scientificas dos alumnos, hoje sanccionado vantajosamente em todas as escolas de applicação. Cria, sem gravame para os alumnos, não só a receita para as missões como para o augmento das dotações dos gabinetes e dos muzeus da Academia, igualando a multa das matriculas na Academia á das escolas medico-cirurgicas.

Recordemos a marcha do projecto através do parlamento; lembremos os nomes de quem mais cooperou na sua approvação.

O projecto foi apresentado na camara dos snrs. deputados pelo digno lente da Academia o snr. dr. Wenceslau de Lima em 24 de março ultimo; teve parecer favoravel das commissões de instrucção superior e fazenda, sendo relator o snr. dr. Francisco Augusto Correia Barata. Em 27 de abril subiu á camara dos dignos pares, onde obteve parecer favoravel das commissões de instrucção publica e fazenda, sendo relator o snr. Henrique de Macedo; e foi approvado em 30 de maio.

Mais de uma corporação apoiou briosamente o projecto. O conselho escolar da Academia representou ás duas camaras legislativas pedindo a approvação d'elle, sendo a representação dirigida á camara dos snrs. deputados apresentada em 13 de abril pelo snr. dr. Wenceslau de Lima; e a dirigida á camara dos dignos pares, em 1 de maio, pelo lente jubilado da Academia Polytechnica, o snr. dr. Pereira Cardoso.

A digna direcção da Associação Commercial representou no mesmo sentido, contribuindo assim para o engrandecimento de um estabelecimento a que o commercio póde vir a dever valiosos serviços desde que o ensino se torne mais proficuo. A representação d'essa distincta corporação foi apresentada na camara dos dignos pares, em 6 de maio, pelo snr. conde de Castro.

A camara municipal do Porto e a junta geral d'este districto manifestaram tambem a sua adhesão ao projecto, enviando ao parlamento representações.

Por ultimo, devemos citar o snr. ministro do reino, que acompanhou sempre, com os melhores desejos, este projecto.

Para se apurar o valor do serviço que com este projecto foi prestado á Academia Polytechnica, seria preciso lembrar os repetidos esforços envidados durante largos annos para que o ensino, que se resentia dos defeitos da primitiva organisação, tomasse uma feição mais racional, mais accommodada ao caracter de uma escola de applicação. Esses esforços foram,

porém, quasi sempre improficuos, o que, felizmente, não aconteceu agora.

Para se apreciar quanto a Academia se tem empenhado pelo seu engrandecimento, volvamos uma ligeira vista sobre o seu passado.

A' Academia Polytechnica do Porto, pela lei da sua creação, coube no paiz a implantação do ensino das sciencias industriaes (decreto de 13 de janeiro de 1837; artigo 155.º). Infelizmente, fôra defeituosa em pontos essenciaes a organisação dada á Academia; e não cuidaram os governos posteriores de corrigir estes defeitos, como certamente estaria na mente do legislador que a decretou.

Com effeito, segundo a reforma de 1837, que definiu a feição pedagogica da Academia, deveria ella ser destinada a formar engenheiros civis de todas as classes, entre elles os de minas, de pontes e estradas e constructores, officiaes de marinha, pilotos, commerciantes, agricultores, directores de fabricas e artistas. Para todos estes cursos eram destinadas onze cadeiras, a saber: quatro de mathematicas puras, uma de desenho, uma de artilheria e tactica naval, quatro de sciencias physicas ou philosophicas e uma de commercio.

Entre estes cursos alguns ha, como o de engenheria civil, que téem o caracter de cursos superiores; mas a par d'estes contam-se o de artistas, o de pilotos, etc., que estão longe de ter essa feição. Uma tal ligação é sobremaneira inconveniente; o ensino com o caracter de superior não póde ter a feição especial exigida para fazer parte de um curso de preparação para uma arte ou um officio.

Demais, o numero de cadeiras era muito pequeno para ensino tão variado. Em 1864 dizia a este respeito o snr. José Maria de Abreu:

«A multiplicidade e qualidade dos cursos, e a simples indicação das materias que em cada cadeira se devem lêr, bastam para convencer ainda os menos versados em taes assumptos de que era impossivel abranger em numero de cadeiras tão limitado para tantos e tão variados ensinos uma instrucção que não fosse insufficiente, por demasiado elementar, para

os cursos superiores das mais elevadas sciencias applicadas; ou inaccessivel, por superior e transcendente, para os que se destinam a classes industriaes e de artistas.»

Havia, porém, ainda outro defeito e não pequeno. Se o numero de cadeiras de sciencias geraes se podia considerar como muito sufficiente para as necessidades do ensino nos diversos cursos, era, pelo contrario, limitadissimo o numero das sciencias industriaes propriamente ditas, faltando algumas cadeiras, sem as quaes não ha ensino technico. Assim, para o curso de engenheiros de minas não havia uma cadeira especial de mineralogia, geologia e montanistica; tanto para este curso, como para o de engenheiros de pontes, estradas e constructores, nem sequer se fazia menção no decreto do ensino das construcções e da mechanica applicada, competindo apenas ao lente da 2.ª cadeira, já sobrecarregado, o ensinar os principios de mechanica, e ao da 8.ª a mechanica industrial. O ensino da chimica, tão necessario aos cursos industriaes, estava em uma unica cadeira e abrangia a chimica geral e analytica, a chimica industrial ou artes chimicas e a lavra de minas. Para quem conhece as necessidades d'este ensino, ocioso, por certo, será dizer que, sobre tão falsas bases, de pouco poderia elle servir.

Como se fossem pequenos os defeitos que apontamos, dispunha o artigo 157.º do Decreto de 13 de janeiro de 1837 que a 1.ª cadeira (arithmetica, geometria elementar, trigonometria plana, algebra até ás equações do 2.º grau) substituisse a 5.ª cadeira creada para o Lyceu d'esta cidade; e que do mesmo modo as cadeiras de physica, chimica e principios de historia natural do Lyceu fossem substituidas pelas cadeiras 7.ª, 8.ª e 9.ª da Academia, de modo que o Lyceu vinha a ficar em parte dependencia d'ella. [1] Se estas providencias, das quaes resultava alguma economia para o thesouro, poderiam dar aos cursos da Academia uma frequencia numerosa, tinham em compensação a desvantagem de obstarem a que se désse ao ensino

1 Artigo 161 do Decreto de 13 de janeiro de 1837; e art. 42 do Decreto de 17 de novembro de 1836.

a elevação que elle devia ter n'um curso superior; ou, de outro modo, seria de todo improficuo para os alumnos.

O conselho academico ainda tentou remediar alguns dos defeitos apontados; por exemplo, passou o estudo da mechanica geral e industrial para a 3.ª cadeira (geometria descriptiva), e incluiu na 6.ª cadeira (artilheria e tactica naval) o ensino das construcções; mas era-lhe impossivel sanar todos os mais defeitos.

Para trabalhos práticos a Academia tarde começou a gozar de alguns elementos. Apezar de decretados pelo artigo 165 do citado decreto de 1837 os laboratorios e officinas para os trabalhos práticos, só mais tarde, em 1844, é que foi dada authorisação para estabelecer dous d'elles, o laboratorio chimico e o jardim botanico. Até 1864, porém, póde dizer-se, não gastava o thesouro não só com estes estabelecimentos, como com a compra de livros para a bibliotheca, acquisição de estampas, expediente, reparação do edificio, etc., senão a quantia de 400$000 réis, com a qual quasi nada se podia adquirir. Só vinte annos depois da creação da Academia é que principiou a figurar no orçamento para a conservação e aperfeiçoamento dos estabelecimentos academicos a quantia de 650$000 réis, que depois passou a 850$000 réis.

Comprehende-se, em face d'esta parcimonia do orçamento, que os gabinetes estivessem muito pobres.

Nada haveria mesmo se não fosse o zêlo e dedicação de alguns professores. Em 1861, o director da Academia communicava ao governo, nos seguintes termos, as provas de dedicação dadas pelos professores.

«Parte do que ha é devido ao zêlo e abnegação dos lentes. Assim, por exemplo, para a fundação do laboratorio cedêra o lente de chimica uma parte dos seus ordenados; para a compra de certos objectos scientificos, para os quaes não bastavam os meios offerecidos pelo governo, os lentes Arnaldo Anselmo Ferreira Braga, da cadeira de zoologia, e Joaquim Torquato Alvares Ribeiro, da de astronomia, offereceram-me 50$000 réis cada um.»

Estas palavras merecem ficar registradas.

*

No artigo seguinte apreciaremos a marcha da Academia Polytechnica depois do que deixamos enunciado.

B. C.

Porto, 12 de junho de 1884.

II

Mais de um ensejo favoravel se apresentou para que a Academia Polytechnica obtivesse, com a diminuição do numero de cursos n'ella professados, uma organisação mais perfeita no ensino. Infelizmente, nada se conseguiu, apesar dos esforços do conselho academico, que em 1864 se manifestou favoravelmente á suppressão de alguns dos cursos, dos quaes uns não têem existencia real e outros representam um verdadeiro absurdo, tal é a sua pessima organisação.

Um d'esses ensejos, a que nos referimos, foram as reformas da instrucção secundaria e especialmente a lei de 12 de agosto de 1854, que estabeleceu nos lyceus as cadeiras de principios de physica, chimica e introducção á historia natural, e a de arithmetica, algebra, geometria e trigonometria plana e que exigiu o exame d'estas disciplinas como habilitação necessaria para a primeira matricula na Academia.

Outro ensejo foi a creação de escolas e institutos industriaes e agricolas, pelos decretos de 16 e 30 de dezembro de 1852, destinados ao ensino industrial elementar e médio, e ao ensino especial agricola.

A reforma de 20 de setembro de 1844 [1] não trouxe grandes fructos; se attendeu a algumas das reclamações do conselho academico, offendeu ás verdadeiras aspirações da Academia decretando a suppressão da 6.ª cadeira, em que se ensinavam as construcções publicas. A Academia ficou em uma posição sobremaneira embaraçosa; sem aquella cadeira, como poderia preparar os engenheiros civis? Baldadas, como quasi sempre,

1 O decreto de 20 de setembro de 1844 deixava, no artigo 50, subsistir a communidade da cadeira de arithmetica e geometria.

foram as suas reclamações. Tiraram-na d'essa situação embaraçosa, primeiro o illustre José Victorino Damasio e depois o lente substituto snr. Gustavo Adolpho Gonçalves e Souza, que se offereceram para reger gratuitamente a referida cadeira, prestando assim um valioso serviço.

A voz da Academia, reclamando os melhoramentos mais indispensaveis, era sempre despresada; nunca a escutaram. Os directores reclamavam nos seus relatorios annuaes; o conselho escolar expunha collectivamente, em representações, o estado cahotico da organisação academica; mais de uma voz eloquente defendeu briosamente a causa da Academia; mas tudo era baldado, tudo inutil.

N'essa louvavel campanha justo é especialisar um dos mais valorosos luctadores. Referimo-nos a um dos lentes mais distinctos e respeitaveis que teve a Academia, o finado Joaquim Torquato Alvares Ribeiro. O seu bello talento, o seu esforço decidido estiveram sempre ao serviço da causa benefica do engrandecimento d'aquelle instituto; nos discursos proferidos em sessões solemnes de abertura das aulas fallava com ardor das necessidades da Academia Polytechnica; e perante el-rei dizia o illustre professor em 30 de novembro de 1863:

«Senhor! — e em ensejo tão solemne deve dizer-se toda a verdade — ha 26 annos que a antiga Academia do Porto, creada a expensas suas (exemplo unico no paiz) fôra elevada no reinado de vossa augusta mãe, sendo ministro Passos Manoel, a Academia Polytechnica, e a lei lhe prometteu os gabinetes e escolas práticas de que carecia para bem cumprir as novas obrigações que se lhe davam. Vai em outros tantos annos que incessantemente se reclama a execução d'essa promessa, e o augmento de cadeiras, que era uma necessidade, mórmente depois que ainda se lhe supprimira uma. E quando a estas reclamações se não attendia, quando até por alguns annos nem as mesmas substituições vagas se preenchiam, a despeito das repetidas instancias do conselho academico, davam-se a outras escolas novas cadeiras, e a algumas se duplicavam as substituições, e se enriqueciam (e ao menos prestavam esse serviço á sciencia) os gabinetes e escolas práticas da capital.

Ao passo que o tributo que espontaneamente haviam offerecido pagar para se levantar um edificio condigno, fôra absorvido para o thesouro com outra denominação e nova fórma na cobrança, e essas obras pararam, se levantava um sumptuoso edificio na capital... e ainda bem que ao menos aos institutos d'alli se attendia como o demandava a dignidade do paiz e o culto da sciencia.

Porém, nem o zêlo do professorado, nem o ardor dos seus alumnos succumbe — os seus lentes completam os cursos, lendo, até gratuitamente, e tendo alguns de accumular mais que uma leitura, as disciplinas para que lhes não davam cadeiras. Pensar-se-hia, senhor, que tanto zêlo pelo ensino, tanta dedicação pelo aproveitamento dos alumnos, faria emmudecer os adversarios da instrucção publíca no Porto, mereceria ao menos algumas palavras de louvor! E quem o acreditaria? a tudo isto responde-se com projectos de regulamentos, desattendendo tantos esforços, vedando a sua continuação! queriam até se revogasse a lei a pretexto de um programma!»

Por ordem do governo, veio, em 1864, o snr. José Maria de Abreu, vogal effectivo do conselho superior de instrucção publica, fazer uma inspecção extraordinaria á Academia Polytechnica; e no relatorio que escreveu ácerca d'esta commissão de serviço poz em relêvo os defeitos da organisação da Academia, propondo ao mesmo tempo as medidas que julgava necessarias para a reforma dos estudos. Por esta occasião, o conselho academico mostrou bem claramente o que era preciso fazer-se, e declarou: 1.° que o curso de chimica devia ser lido em duas cadeiras em vez de uma, como até alli; 2.° que se creasse uma cadeira de mineralogia e geologia e outra de docimasia e montanistica; 3.° que o ensino das applicações reclamava pelo menos a creação de quatro cadeiras, podendo-se *por então* supprir o ensino com tres, uma para mechanica racional e cynematica; outra para construcções; e outra para machinas de vapor, caminhos de ferro, cynematica das machinas e hydraulica applicada. O snr. José Maria de Abreu declarava no seu relatorio que as referidas propostas mereciam ser tomadas em consideração.

No parlamento mais de uma vez se pugnou pelos melhoramentos da Academia; foram apresentados diversos projectos que geralmente não logravam sahir das commissões, como tantas vezes succede com muitos projectos de utilidade publica.

Por diversas vezes se pediu o restabelecimento da 6.ª cadeira, por exemplo. Esta restituição justissima foi proposta em 1857 pelo snr. conde de Samodães. Em 19 de janeiro de 1861 o director da Academia escrevia sobre o mesmo assumpto, no relatorio dirigido ao governo, as seguintes palavras:

«Na camara dos snrs. deputados está uma representação do conselho academico n'este sentido, a qual ahi foi apresentada no anno passado, fundando-se em razões de facil convicção e apoiando-se n'um parecer das commissões de instrucção publica e fazenda da mesma camara, na sessão de 1859, o qual chegou a ser dado para ordem do dia, mas não passou a lei por ter sido dissolvida a camara. Alguns dos membros d'essas commissões pertencem hoje ao conselho geral de instrucção publica, circumstancia que dispensa a prova sobre a solidez da authoridade em que se fundou o conselho academico. E, certamente, das diversas providencias que esta academia reclama para beneficio publico a de restabelecer a 6.ª cadeira é uma das mais instantes.»

Na camara dos snrs. deputados foi apresentado em 25 de abril de 1864 um projecto de lei assignado por 29 membros d'aquella camara, estabelecendo a creação de tres cadeiras, uma de mineralogia, geologia e principios de metallurgia, outra de chimica organica e analyse chimica, e outra de mechanica e suas applicações ás machinas; dispondo que fosse restabelecida a 6.ª cadeira destinada a construcções e que fosse votada a quantia de 3:000$000 reis para a conservação e aperfeiçoamento dos estabelecimentos dependentes da Academia. Nem mesmo este projecto, apesar dos nomes valiosos que o firmavam, teve o merecido seguimento; foi submettido ao exame do conselho superior de instrucção publica, o qual entendeu ser então necessario proceder a uma inspecção no proprio local da Academia, a fim de colher todos os factos e informações que podessem esclarecer a questão. Mas d'essa ins-

pecção não se seguiu, como era de esperar, a proposta de uma nova organisação da Academia, que nada lucrou sobre este ponto de vista. Ficou apenas um relatorio.

Nos ultimos annos, o conselho academico tem-se occupado da necessidade de ampliar a Academia Polytechnica. Assim, em 1880 foi enviada á direcção geral de instrucção publica a representação pela qual se justificava um projecto de reforma que então fôra elaborado. Pouco depois, em fins de 1881 e principios de 1882, foi largamente discutido um projecto de reforma, fundado em uma já antiga indicação do snr. José Maria de Abreu, no seu relatorio de 1864, que lembrava a fusão da Academia e do Instituto Industrial d'esta cidade, como meio de os melhorar. Este projecto, fundado em principios muito sensatos, não teve seguimento, porque não houve accordo entre os dous estabelecimentos citados ácerca das bases da fusão.

Bastam estas ligeiras informações que ahi deixamos expendidas para mostrar que durante quasi meio seculo, desde 1837 até 1883, a Academia Polytechnica permaneceu quasi estacionaria. Ao passo que isto succedia, outros estabelecimentos scientificos iam adquirindo melhoramentos notaveis, exigidos pelos prodigiosos progressos realisados nas sciencias.

Durante esse periodo, tendo sido supprimida a 6.ª cadeira, apenas se crearam duas novas cadeiras, apesar das solicitações instantes para mais largas concessões.

Uma d'essas cadeiras foi a de economia politica e principios de direito administrativo, creada pela lei de 15 de julho de 1857.

A iniciativa do respectivo projecto de lei e a sua defeza deve-se aos irmãos Passos, que n'esta e em outras circumstancias prestaram valiosos serviços á Academia. Durante a discussão Passos Manoel recordou com verdade que não se deviam regatear meios para fomentar a instrucção. «Debaixo do peso e oppressão da maior crise financeira por que este paiz passou, disse elle com calor, eu decretei em 1836 e 1837 com mão larga e os meus collegas membros da administra-

ção os estabelecimentos cuja importancia consta dos diplomas que existem na collecção das leis.»

A outra cadeira foi a de mechanica, consignada no Decreto de 31 de dezembro de 1868, que é obra do então director geral de instrucção publica e distincto lente da Academia, o snr. conselheiro Adriano Machado. Em realidade eram duas as cadeiras creadas, a de mechanica e a de chimica organica e analyse chimica; mas, estando sómente provida a de mechanica ao tempo da publicação da Lei de 2 de setembro de 1869, que suspendeu aquelle Decreto, ficou subsistindo apenas essa, e o conselho destinou-a á mechanica applicada e ás construcções civis.

Eis os resultados de tanto tempo de lucta e de tão aturados esforços. Veremos no proximo artigo qual é o valor dos melhoramentos que a Academia alcançou desde 1883.

B. C.

Porto, 17 de junho.

III

De 1883 a esta parte a Academia Polytechnica tem adquirido valiosos elementos de prosperidade; desde a sua fundação é, sem duvida, o periodo em que para ella téem corrido auras mais favoraveis.

Na sessão legislativa d'aquelle anno o illustre deputado e distincto lente da Academia, o snr. dr. Wenceslau de Lima, tomou a iniciativa de um projecto de lei restaurando a 6.ª cadeira e destinando-a ao ensino da mineralogia, geologia, metallurgia e arte de minas. Esse projecto foi approvado e constitue o objecto da carta de lei de 14 de junho de 1883. Ainda na mesma sessão, o illustre deputado conseguiu que a dotação para as despezas da Academia fosse elevada de réis 1:730$000 a 2:500$000.

Depois de testemunhos tão evidentes de dedicação pela Academia, o snr. dr. Wenceslau de Lima quiz ainda este anno

provar por um facto de incontestavel e consideravel valia o seu amor ao estabelecimento em que é professor. Esse facto foi o projecto ainda ha pouco approvado no parlamento, e que vai collocar a Academia em condições de satisfazer aos fins para que foi instituida. Este projecto, que exigiu um patrocinio constante, para ser approvado sem delongas, que requereu a maior intrepidez perante os obstaculos que surgiam a cada passo, dota a Academia com cinco novas cadeiras e poderá proporcionar-lhe mais ampla dotação.

Foram em grande parte satisfeitas as aspirações do conselho academico, sendo creada mais uma cadeira de engenheria do que fôra solicitado em 1864. Attenda-se agora á organisação do curso de commercio, e a Academia Polytechnica poderá encetar desassombradamente uma carreira gloriosa, ensinando bem, fornecendo ao paiz homens competentes em diversos ramos de sciencia applicada.

Com a creação das novas cadeiras poderão estabelecer-se convenientemente os quadros dos estudos nos diversos cursos legaes da Academia, especialmente o de minas e o preparatorio para as armas especiaes e estado-maior da Escóla do Exercito. Uma portaria de 26 de junho de 1883 mandou proceder á organisação d'esses quadros depois da creação da cadeira de mineralogia; o conselho academico fez um trabalho de demorado estudo; mas justamente se queixava de que as suas indicações não podiam ter cabal execução em virtude da escassez de cadeiras de applicação. Agora, porém, poderão os referidos quadros ficar convenientemente organisados e perfeitamente exequiveis.

Com os novos recursos que lhe são ministrados, a Academia Polytechnica poderá vêr satisfeitas as suas antigas aspirações no que diz respeito a preparar os alumnos para a Escóla do Exercito. Em 1873 foi incumbida uma commissão de organisar o regulamento do curso preparatorio para a referida Escóla na nossa Academia, e esse regulamento foi approvado por decreto de 2 de junho de 1873. Era preciso, porém, muita dedicação do conselho d'este estabelecimento para com um pequeno numero de cadeiras satisfazer ás exigencias d'esse re-

gulamento. Isso mesmo foi reconhecido pela citada commissão quando escrevia no seu relatorio:

« N'este empenho encontraram-se difficuldades, que á primeira vista pareciam não existir; e a commissão só pôde vencel-as depois de conhecer que o conselho da Academia Polytechnica cooperava efficazmente com a reforma dos programmas e dos methodos de ensino.»

Hoje, porém, o referido regulamento torna-se perfeitamente exequivel, e não duvidamos até de que já no proximo anno seja permittida a matricula na Academia a alumnos que se destinem para a Escóla do Exercito. Como já referimos, isto mesmo foi reconhecido no parecer que sobre o projecto ha pouco approvado foi elaborado na camara dos dignos pares.

E' justo que a Academia Polytechnica passe a usofruir uma faculdade importante que lhe foi outhorgada pelo artigo 140 do Decreto com força de lei de 20 de setembro de 1844.

Comparemos agora as condições em que fica a nossa Academia em relação a estabelecimentos similares do estrangeiro. Será desnecessario fazer essa comparação com respeito a paizes que nos levam consideravel vantagem em população, em extensão e em recursos; façamol-a com respeito á Belgica, um paiz pequeno em extensão territorial, mas adiantado em elementos de progresso.

A Academia Polytechnica do Porto, com as novas cadeiras, ficará comparavel á Escóla de artes e manufacturas, de engenheria civil e de minas, de Louvain, que tem um curso obrigatorio de quatro annos para engenheiros de artes e manufacturas, engenheiros civis e militares; de quatro annos para engenheiros architectos; formando tambem engenheiros de construcções civis e construcções mechanicas e engenheiros de artes chimicas.

Ficará tambem tendo muitos pontos de contacto com a Escóla de artes e manufacturas e de minas, de Liége, que se divide em tres secções: uma escóla preparatoria, que fórma candidatos para as duas outras secções; uma escóla das minas, que comprehende a instrucção necessaria á formação de engenheiros de minas; e, finalmente, uma escóla de artes e manu-

facturas, para facilitar o estudo da exploração das minas e officinas aos alumnos que não quizerem fazer parte do corpo dos engenheiros de minas; e tambem fórma engenheiros mechanicos.

Póde igualmente comparar-se a Academia Polytechnica, com a sua nova organisação, á Escóla de engenheria civil e artes e manufacturas, de Gand, que comprehende: 1.º uma divisão preparatoria; 2.º uma divisão de applicação para engenheria civil e de artes e manufacturas. A de engenheria civil fórma engenheiros e conductores honorarios de pontes e calçadas; a de artes e manufacturas destina-se ao ensino das noções technicas necessarias na industria, nas artes e nas manufacturas.

Desde que na Academia Polytechnica se constitua o ensino da chimica e botanica industriaes e da legislação mineira e industrial, poderá pôr-se em parallelo com a Escóla Polytechnica de Bruxellas.

Em representação de 9 de maio de 1883 o conselho da nossa Academia pediu a introducção de um curso de sciencias physico-naturaes. Até agora nada obteve, mas com a nova organisação dos estudos poderá constituir um curso bastante completo de sciencias philosophicas analogo ao curso de sciencias naturaes da Universidade de Louvain.

Tambem poderá ser organisado, sem grande difficuldade, um curso de sciencias physico-mathematicas, onde vão buscar o complemento da sua educação scientifica os alumnos já habilitados com os cursos dos lyceus.

O ensino de minas na nossa Academia, ensino que era até agora uma vergonhosa phantasmagoria, passará a ser uma realidade, em virtude da creação da 6.ª cadeira pela lei de 14 de junho de 1883 e do desdobramento d'ella, ultimamente approvado. Este desdobramento era tanto mais necessario quanto é certo que as duas cadeiras já existiam no Instituto Industrial e Commercial de Lisboa, pelo decreto de 30 de setembro de 1879, que creou o curso de conductores de minas. O conselho academico organisará, por certo, um curso biennal das disciplinas que compõem a cadeira de arte de mi-

nas e metallurgia, a fim de dar a estes estudos todo o desenvolvimento possivel; e assim prestará um excellente serviço ao nosso paiz, em que a exploração mineira se vai desenvolvendo sensivelmente.

Emfim, dos projectos approvados em 1883 e 1885 dimanam os fructos mais beneficos; esses projectos representam um serviço de inalculavel valia prestado á Academia; traduzem a elevada dedicação do snr. dr. Wenceslau de Lima por este estabelecimento e um excellente serviço publico.

Para que a Academia Polytechnica attinja os seus alevantados fins torna-se, porém, necessario a conclusão do edificio, e para aqui devem convergir as attenções do conselho academico e o concurso das corporações que trabalham pela prosperidade do Porto. Sem essa conclusão a Academia não poderá ter os laboratorios, os gabinetes, os muzeus e as salas de estudo de que carece e que tornarão o ensino verdadeiramente proficuo.

O estabelecimento que entrou em um periodo de existencia mais risonha do que tem tido merece bem que lhe seja prestado o auxilio necessario para ser uma verdadeira escóla de applicação. São esses os nossos sinceros desejos.

B. C.

II. — O DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1885

Relatorio da commissão academica encarregada da revisão dos programmas dos cursos legaes da Academia

Congratula-se a commissão nomeada pelo conselho para a revisão dos programmas, nos termos do § 1.º art. 1.º da lei de 21 de julho de 1885, por poder apresentar um projecto de programma dos cursos academicos, que corresponde ao pensamento altamente civilisador que dictou a creação d'esta Academia pelo Decreto de 13 de janeiro de 1837, destinando-a especialmente ao derramamento e ensino das sciencias industriaes. As disposições da carta de lei de 21 de julho do corrente anno tornam possivel realisar hoje um ensino que até agora não podia ser fornecido senão muito incompletamente por falta dos elementos indispensaveis.

Os defeitos da primitiva organisação d'esta Academia tem sido demonstrados tantas vezes, que parece ocioso insistir sobre elles. Basta referir o principal, que era o accumular na mesma escóla e nas mesmas aulas todo o ensino industrial, desde a instrucção elementar do simples artista até ao alto ensino de engenheria nos seus diversos ramos. Tal organisação não podia deixar de ser em extremo rudimentar.

Tambem não carece a commissão de dar fé dos constantes esforços pelo conselho empregados para melhorar o quadro dos estudos aqui professados, já em representações que por muitas vezes fez subir até á presença de Sua Magestade, já pela

voz de seus presidentes nos seus relatorios annuaes e em muitos outros documentos.

Agora que estão realisadas a maior parte das aspirações do conselho academico, cumpre a commissão um dever consignando o seu reconhecimento ao Governo por ter solicitamente cooperado para que vingasse uma medida legislativa que não só redunda em proveito e credito do estabelecimento a que pertencem os abaixo assignados, como tambem constitue um grande passo dado para a boa organisação da nossa instrucção superior, satisfazendo a uma instante necessidade publica.

E' opinião da commissão que a Academia Polytechnica deve propôr-se, como estabelecimento de instrucção superior; a professar em larga escala as sciencias industriaes, fim especial da sua creação; continuando a formar engenheiros civis de diversas cathegorias, e representando entre nós o papel d'uma escóla central digna d'este nome e da importancia do centro em que se acha installada. Estas razões militam tambem por que aqui se conserve um curso superior de commercio que corresponda, no desenvolvimento do ensino e nas vantagens que lhe são concedidas, a identico curso fundado no Instituto Industrial e commercial de Lisboa pela carta de lei de 6 de março de 1884.

Estes cursos superiores de engenheria civil e de commercio devem occupar o principal logar no plano dos estudos da Academia e determinar a feição propria d'esta escóla, que assim não constitue duplicação de qualquer outro estabelecimento scientifico do paiz. A Academia, repetimos, representa a Escóla Central portugueza, e é analoga pela organisação a tantos outros institutos similares existentes no estrangeiro, especialmente as escólas de engenheria d'artes e manufacturas e de minas de Gand, Liége, Louvain e Bruxellas, na Belgica; e á Escóla Polytechnica do Rio de Janeiro.

Os cursos preparatorios para as escólas do exercito, naval, medico-cirurgicas e de pharmacia, podendo ser proficuamente organisados com programmas analogos aos das outras escólas do paiz que fornecem o mesmo ensino preparatorio,

devem, d'accordo com as leis vigentes, continuar a fazer parte do quadro dos cursos da Academia.

Além dos cursos de engenheria, de commercio e preparatorios enumerava o Decreto de 13 de junho de 1837, no art. 155, os de officiaes de marinha e de pilotos; o de agricultores, de directores de fabricas e de artistas. Julga a commissão que não convém inserir estes cursos nos programmas, por virtude das medidas legislativas posteriores a 1837, e que teem modificado a instrucção profissional nos seus diversos ramos.

O Decreto com força de Lei de 7 de julho de 1864 estatue que os cursos para os officiaes de marinha e engenheiros navaes só podem ser frequentados na Escóla Naval (art. 41). Por outro lado, a suppressão, pelo art. 139 do Decreto de 20 de setembro de 1844, da 6.ª cadeira da Academia que era destinada ao ensino da artilheria e tactica naval, tornava irrealisavel a organisação dos citados cursos. Não podem, pois, continuar a figurar como cursos superiores da Academia. O mesmo Decreto no artigo 12 e 13 e o de 26 de dezembro de 1868, artigo 23 e 24, que se refere á portaria de 8 de junho de 1860, permittem, porém, que aqui se estudem as disciplinas preparatorias para esses cursos na Escóla Naval.

O curso de pilotos tem sido objecto de diversas medidas legislativas, e especialmente no D. de 20 de setembro de 1844, art. 142; D. de 19 de maio de 1845, art. 36; portaria de 11 de julho de 1845; portarias de 5 de fevereiro e 21 de novembro de 1859; D. de 7 de julho de 1864, art.os 3, 4, 10 e 14. O Conselho mencionou-o nos programmas de 1838, approvados por Portaria de 26 de outubro de 1838, e nos que foram organisados em 1861, por elle approvados em 18 de maio do mesmo anno. Em qualquer dos referidos programmas era exigida para o curso de pilotos a frequencia da aula de manobra e apparelho naval, que, nos termos do § 1.º do art. 157 do já citado Decreto de 13 de janeiro de 1837, era regida por um mestre de manobra naval. Mas tendo sido supprimido este logar pelo D. de 14 de dezembro de 1869, artigo 2, n.º 5, não póde tal curso continuar a figurar n'esta Academia. É um cur-

so privativo da Escóla Naval, segundo o referido decreto de 7 de julho de 1864.

Com respeito ao curso de agricultura, o decreto com força de lei de 29 de dezembro de 1864, que reorganisou esse ensino profissional, não o estabelece fóra do Instituto agricola, senão nas quintas d'ensino, regionaes e especiaes (capitulos 1.º e 2.º e capitulo 3.º, artigo 17) e não allude a esse ensino na Academia Polytechnica. É certo, por outro lado, que os elementos de que a Academia póde dispor para o realisar, são em extremo defficientes.

Emfim, pelo que respeita ao curso de directores de fabricas e de artistas, esses só são proprios de estabelecimentos de ensino medio industrial e não de ensino superior, e achamse, depois do D. de 20 de dezembro de 1864, art. 5, n.º 1, comprehendidos nos Institutos industriaes de Lisboa e Porto. O referido decreto, considerando estes cursos como de 2.º grau, exclue os do ensino industrial superior. A doutrina sustentada pela commissão sobre este assumpto tem por si a auctoridade do Conselho Geral de Instrucção Publica [1] e a do Conselheiro José Maria de Abreu. [2]

Os referidos cursos de engenheiros navaes, pilotos, directores de fabricas, artistas e agricultores podem dizer-se abandonados desde muitos annos a esta parte, o que é prova clara da sua inteira inutilidade. Assim naturalmente, sem que nos programmas até aqui elaborados pelo Conselho Academico estivesse consignado claramente o que se póde considerar como expressão das leis que teem sido sanccionadas sobre a instrucção profissional, foi-se effectuando insensivelmente a differenciação entre a Academia, como estabelecimento de ensino superior, e os Institutos industriaes e agricolas.

1 Consulta de 21 de julho de 1863, *Diario de Lisboa*, anno 1864, n.º 105, 12 de maio, p. 1488-1489.

2 Relatorio da inspecção extraordinaria feita à Academia Polytechnica do Porto em 1864 pelo vogal effectivo do conselho geral de instrucção publica, José Maria de Abreu; Lisboa 1865, pag. 20, 22 e 50, e especialmente pag. 95.

Uma vez definidos os cursos que aqui devem ser ministrados, cuidou-se de os organisar convenientemente.

De todos os cursos liga a commissão a maior importancia aos de engenheria, e já o legislador que em 1837 lançou as bases d'esta Academia, lhes dava o primeiro logar (D. de 13 de janeiro de 1837, art. 155).

Segundo o Decreto organico de 1837, a Academia formaria engenheiros civis de todas as classes, taes como, accrescentava-se, os engenheiros de minas, os engenheiros constructores e os engenheiros de pontes e estradas. A lei estabelecendo como preceptivo para esta escóla o servir para a engenheria civil, não definia as diversas cathegorias ou classes de engenheiros que, por virtude da faculdade concedida, aqui podiam formar-se: isso era objecto regulamentar, da alçada do conselho nos termos do art. 158 do mesmo decreto, e hoje da competencia do governo nos termos do art. 9 da lei de 12 d'agosto de 1854. A Academia tanto assim o entendeu que nos programmas de 1838 estabeleceu o curso de engenheiros geographos, que se não achava exemplificado no citado art. 155 do D. de 13 de janeiro de 1837. Em realidade, dizia a este proposito em sua consulta de 21 de julho de 1863 o conselho geral d'instrucção publica, tanto podia accrescentar este como eliminar outros. O conselho póde, portanto, alterar as cathegorias dos cursos de engenheria sanccionados nos programmas de 1838 e 1861.

N'estas bases, propõe as tres classes de engenheiros civis: 1.ª engenheiros de obras publicas; 2.ª engenheiros de minas; 3.ª engenheiros industriaes, ou de artes e manufacturas. A creação da nossa Academia visou a transplantar para o nosso paiz um ensino analogo ao que era ministrado na Escóla Central de artes e manufacturas de Pariz. Esta escóla fôra fundada em 1829 por esforços d'alguns sabios eminentes d'aquelle paiz, e tamanha importancia adquiriu, e de tal modo fôra reconhecida a sua utilidade, que em 1857 passou a ficar a cargo do estado a sua administração. Foi ella que serviu de modêlo não só á nossa Academia, como a muitos outros institutos em diversos paizes. São quatro as cathegorias de engenheiros ci-

vis que n'ella se formam: engenheiros *constructores*, habilitados para construcções civis propriamente ditas e para as artes physicas; engenheiros *metallurgicos*, para a arte de minas e metallurgia; engenheiros *mecanicos*, para construcções de machinas e artes mecanicas; e engenheiros *chimicos*, para as industrias chimicas, quer derivadas da exploração do reino mineral, quer do organico. A estas quatro cathegorias de engenheiros correspondem as tres classes que este conselho propõe: os nossos engenheiros de obras publicas, são os engenheiros constructores da escóla central; os engenheiros de minas são representados lá pelos engenheiros metallurgicos; e, emfim, ás duas classes de engenheiros chimicos e mecanicos correspondem os nossos engenheiros industriaes. Assim a modificação que o conselho da Academia introduz nas cathegorias de engenheiros civis colloca a organisação da Academia mais em harmonia com a ideia fundamental que dictou a sua creação. A divisão da engenheria civil em engenheria de obras publicas e de minas é a sanccionada na nossa legislação, e adoptada, entre outros documentos, no plano de organisação do corpo de engenheiros civis de 17 de fevereiro de 1882. Os estatutos da Associação dos engenheiros civis portuguezes, approvados por alvará de 12 de abril de 1869, adoptam-n'a. Egualmente é ella acceite em diversos paizes, e particularmente na Belgica, embora com denominações um pouco diversas.

A duração dos cursos de engenheria é de seis annos. Os quatro primeiros annos comprehendem os conhecimentos das sciencias mathematicas, physicas e naturaes, preparatorias para os estudos especiaes que definem as tres classes de engenheria civil, que foram adoptadas; constituem assim uma especie de *escóla preparatoria*, á similhança do que se dá na escóla de engenheria civil e das artes e manufacturas de Gand; e nas escólas das artes e manufacturas e das minas de Liège.

Os dous ultimos são destinados ao estudo das sciencias de applicação, e formam assim diversas escólas especiaes de engenheria. N'esta divisão, são communs ás tres cathegorias de alumnos de engenheria uma cadeira de resistencia de materiaes e construcções em geral, que é annual; e uma cadeira de hy-

draulica e de machinas, biennal. Os alumnos candidatos á carta de engenheria de obras publicas estudam especialmente a cadeira de construcções e vias de communicação, biennal; os de minas, a cadeira de montanistica e docimasia, tambem biennal; e os industriaes, a physica e a chimica, botanica e zoologia industriaes.

O Decreto de 30 de abril de 1863 e regulamento de 18 de maio do mesmo anno, a portaria de 13 de outubro de 1857 e a de 3 de março de 1881 não consideram o curso de commercio da Academia como curso superior. A' commissão parece inconveniente á manutenção de um curso de commercio n'esta Academia, inferior em cathegoria aos demais cursos aqui professados, quando um curso elementar de commercio tem melhor cabimento no Instituto Industrial d'esta cidade, com mais vantagens para a classe commercial. E parece a esta commissão que um curso de trez annos em que se comprehenda o estudo da physica geral, da chimica inorganica, da analyse chimica especialmente applicada ao commercio; da botanica e zoologia industrial, especialmente no que diz respeito ás origens, procedencias, caracteres, composição, variedades commerciaes, alterações naturaes, falsificações e usos das materias primas de origem organica; e emfim o das sciencias propriamente commerciaes em dous annos e o da economia politica e direito administrativo; — merece ser considerado como curso superior de commercio, e equiparado ao que com egual cathegoria foi estabelecido pela Lei de 6 de março de 1884 no Instituto Industrial de Lisboa, sendo concedidas aos individuos habilitados com este curso, as garantias designadas no art. 6 da citada lei, além das já consignadas nos artigos 74 e 145 do Decreto com força de lei de 20 de setembro de 1844 e no codigo commercial, art. 1063. Os preparatorios para este curso superior serão os mesmos que os designados para egual curso no Instituto Industrial de Lisboa. A commissão academica reconhece, entre tanto, que o curso de commercio deve aqui dispôr de elementos analogos aos que já conta n'aquelle Instituto. E é licito esperar que muito concorra para esse desideratum a cooperação da Associação Commercial d'esta cidade, que

nos seus ultimos relatorios annuaes tem mostrado a importancia que liga a este ensino academico.

Aproveitar o quadro das sciencias geraes professadas n'este estabelecimento para com ellas organisar cursos de sciencias physico-mathematicas e physico-naturaes, é exemplo que nos é dado por diversas escólas estrangeiras de consideração, entre outras as da Belgica, e a Polytechnica do Rio de Janeiro, e que seria vantajoso seguir; mas a lei não concedendo ao conselho senão a faculdade de revêr os programmas dos cursos legaes, inhibe-o de estabelecer estes cursos novos.

Não nos referindo por emquanto aos cursos preparatorios para a Escóla do Exercito, todos os outros acham-se consignados em leis especiaes como cursos legaes da academia; e os programmas respectivos são os marcados n'essas leis, entre as quaes mencionamos o D. de 26 de dezembro de 1868, art. 23, n.º 2 e 24, e portaria de 8 de junho de 1860 (Escóla Naval); D. de 20 de setembro de 1844, artigos 147 a 150 (Escólas Medico-Cirurgicas); D. de 29 de dezembro de 1836, art. 129 e 130, e D. regulamentar de 23 de abril de 1840, art. 173 (Escólas de pharmacia nas escólas medico-cirurgicas). Não ha motivo que leve a alterar os respectivos programmas legaes.

O curso preparatorio para a Escóla do Exercito foi estabelecido legalmente na Academia pelo D. de 20 de setembro de 1844, art. 143. Em 9 de outubro de 1859 uma commissão fazia subir á presença do governo os resultados dos seus trabalhos em consulta acompanhada de um projecto de regulamento, o qual, com pequenas alterações propostas pelo Conselho de Instrucção publica e pela Academia Polytechnica, fôra approvado pelo ministerio da guerra em officio de 7 de junho de 1859. Este regulamento, porém, não chegou a ser decretado, talvez porque o governo, dizia o Conselheiro José Maria de Abreu em 1864, entendesse que, sem alterar a organisação da Academia, não era possivel apropriar cabalmente o seu ensino ás exigencias dos diversos cursos da Escóla do Exercito. Deve ter sido tambem essa a razão porque, apezar de promulgado o decreto regulamentar de 3 de junho

de 1873, que approvava o regulamento elaborado pela commissão nomeada pelo D. de 14 de agosto de 1872, não eram concedidas as competentes licenças aos alumnos que pretendiam frequentar aqui esses cursos preparatorios. Com a creação das novas cadeiras deixa de existir a razão d'esse *interdicto*, como muito bem lhe chamou em seu relatorio na Camara alta o digno par Henrique de Macedo. A commissão entende que deve haver uniformidade no ensino preparatorio para os cursos das armas especiaes e estado maior da Escóla do Exercito em todos os estabelecimentos scientificos que habilitam para esses cursos; e por isso, usando das attribuições que lhe dá o § 1.º da Lei de 21 de julho que lhe permitte «*fixar os numeros de annos de cada um dos cursos legaes da Academia, de accordo com o maior desenvolvimento dos estudos*», propõe para esses cursos a mesma organisação e duração que elles téem na Escóla Polytechnica de Lisboa, onde são auctorisados pela portaria de 8 de junho de 1860; sendo por este modo alterado o disposto no D. de 2 de junho de 1873 e no D. de 24 de dezembro de 1863, art. 3.º, relativamente á duração d'esses cursos.

Nos programmas que acompanham este relatorio teve-se muito em vista dar o preciso desenvolvimento e importancia aos exercicios scientificos que são indispensaveis para que os alumnos se habilitem a fazer applicação rápida e prompta dos principios estabelecidos e dos conhecimentos que vão sendo adquiridos nas lições aos problemas que com elles se podem resolver. Nos programmas de 1838 já o conselho expunha com muita clareza a importancia e natureza d'estes exercicios. Actualmente propõe-se a prática de projectos de construcções e architectura, de hydraulica e de machinas; de minas e de physica e chimica industrial; os exercicios de geometria descriptiva, de mathematica (1.ª e 2.ª cadeira), de chimica, de mineralogia e docemasia, e as missões e excursões geologicas. Estabelece-se que o aproveitamento dos alumnos nos projectos e exercicios de geometria descriptiva seja avaliado por um jury especial, pelos mesmos processos que nos cursos theoricos. Emfim, determina-se que os alumnos teem a

obrigação de executarem os exercicios ou de assistirem a elles fóra das horas das aulas. As missões a fabricas, minas e construcções, e as excursões poderão ser realisadas, mediante a verba das despezas da Academia, segundo o disposto no § 2.º do art. 1 da já citada carta de lei de 21 de julho.

Parece desnecessario demonstrar a vantagem da adopção d'estas medidas para a proficuidade de ensino. As escólas de applicação de todos os paizes, nomeadamente as da Italia e da Belgica, dão-nos a esse proposito exemplos dignos de serem imitados; e já o Decreto regulamentar de 2 de julho de 1873 attendia a esse importante assumpto. Conta o conselho para estes serviços com a cooperação dos substitutos, que são demonstradores natos (Decreto de 13 de janeiro de 1837, art. 162).

Taes são as principaes razões sobre que se baseia a commissão propondo os programmas que tem a honra de submetter á apreciação do conselho.

Confessando o alcance da reorganisação dada agora á Academia, a commissão, entretanto, ousa esperar que o Governo attenderá ás necessidades mais instantes com que ainda fica luctando este estabelecimento. A creação de repetidores privativos de cada cadeira ou grupo de cadeiras analogas, a de alguns logares de preparadores, chefes de trabalhos e conservadores; o augmento de dotação dos diversos estabelecimentos academicos; a melhor remuneração do seu pessoal, a creação de algumas novas cadeiras que permittam dar maior desenvolvimento a assumptos especiaes a certos cursos, etc., taes parecem ser os pontos sobre os quaes o Governo terá a providenciar para que este estabelecimento corresponda perfeitamente ao fim da sua creação.

Porto e sala das sessões da commissão, em 28 de julho de 1885. (Assignados) *Adriano d'Abreu Cardoso Machado, Francisco Gomes Teixeira, Roberto Rodrigues Mendes, Guilherme Antonio Corrêa, Antonio Joaquim Ferreira da Silva* (relator).

(Seguem os programmas, que são os que foram sanccionados pelo Decreto de 10 de setembro de 1885).

INDICE

Pag.

Primeira parte: DISCURSO DE ABERTURA

Terceira parte: FREQUENCIA E ESTATISTICAS

Quarta parte: A REFORMA DA ACADEMIA

I — A CARTA DE LEI DE 21 DE JULHO DE 1885

II — O DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1885

ERRATAS

A pag. 17, depois da linha 20 accrescente-se:

Nos termos da carta de Lei de 21 de maio de 1884, que creou o conselho superior de instrucção publica, e do respectivo Decreto regulamentar de 18 de novembro do mesmo anno, art. 3 e 5, procedeu-se no dia 15 de junho d'este anno á eleição do delegado ao referido conselho, recahindo a escolha no distincto lente d'esta academia, o Snr. Conselheiro Adriano Machado.

Na segunda parte do § 13 (pag. 48 e 49) deve accrescentar-se, na lista dos estabelecimentos scientificos:

10.—*O Gabinete de minas e laboratorio metallurgico, ou officina metallurgica*, mencionado no art. 165 do D. de 13 de janeiro de 1837 (Annuario da Academia Polytechnica do Porto, anno de 1879-1880, pag. 154). Este estabelecimento achava-se incluido até agora no gabinete de geologia e minas (Annuario da Academia Polytechnica do Porto, anno de 1883-1884, p. 97), mas hoje fica á parte, visto formarem uma cadeira (15.ª cadeira) as desciplinas respectivas. Este estabelecimento não se acha montado, por falta de local.

Pag. 129, linha 32, onde se lê XVI,—leia-se XVII.
Pag. 90, linha 2, onde se lê lições,—leia-se horas.
Pag. 156, linha 36, onde se lê Irivo,—leia-se Ivo.

Pag. 175—Á lista dos alumnos premiados accrescente-se:

13.ª CADEIRA

1.ª distincção—Estevão Torres.
2.ª » —Joaquim Augusto de Macedo Freitas.
3.ª » —José Maria de Mello de Mattos, filho de Daniel Antonio de Mattos, natural do Porto.

Secção scientifica

FRAGMENTOS DE UM CURSO D'ANALYSE INFINITESIMAL

POR

F. GOMES TEIXEIRA

II

(CALCULO DIFFERENCIAL)

CALCULO DIFFERENCIAL

CAPITULO I

NOÇÕES PRELEMINARES

I

Noção de limite, de continuidade, de infinitamente pequeno e de derivada

33. — A noção de *limite* é conhecida desde os Elementos de Geometria, onde se disse que uma quantidade constante A é limite de uma quantidade variavel x quando os valores successivos da variavel se approximam cada vez mais da constante, de modo que a differença $A - x$ possa tomar e conservar um valor menor do que qualquer grandeza assignavel, sem todavia se annullar. Por exemplo, viu-se que a circumferencia é o limite dos polygonos regulares inscriptos e circumscriptos.

Pode-se exprimir que A é limite de x de uma maneira mais explicita do modo seguinte:

Sejam x_1, x_2, x_3, etc. os valores successivos por que passa x. A será o limite de x, se a qualquer valor arbitrario de δ, por mais pequeno que seja, corresponder sempre um valor x_i de x tal que a desigualdade

$$A - x < \delta$$

seja satisfeita (em valor absoluto) por todos os valores x_{i+1}, x_{i+2}, etc. de x.

Os principios seguintes facilitam a indagação dos limites das funcções:

1.° — *O limite da somma de funcções que tendem ao mesmo tempo para limites determinados, é igual á somma dos limites das parcellas.*

Com effeito, sejam $f(x)$ e $F(x)$ duas funcções de x que tendem para limites determinados $f(a)$ e $F(b)$ à medida que x tende para a.

Haverá, por hypothese, um valor a_1 de x tal que a desigualdade (em valor absoluto)

$$F(x) - F(a) < \tfrac{1}{2}\delta$$

será satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre x_1 e a, por mais pequeno que seja δ.

Do mesmo modo haverá um valor x_2 de x tal que a desigualdade

$$f(x) - f(a) < \tfrac{1}{2}\delta$$

será satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre x_2 e a. Logo a desigualdade

$$F(x) - F(a) + f(x) - f(a) < \delta$$

será satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre a e aquella das quantidades x_1 e x_2 que lhe fica mais proxima; e portanto a funcção $F(x) + f(x)$ tenderá para o limite $F(a) + f(a)$.

2.° — *O limite do producto de funcções é igual ao producto dos limites dos factores.*

Com effeito, sendo $F(x)$ e $f(x)$ os factores, temos a identidade

$$F(a) \,.\, f(a) - F(x) \,.\, f(x) = F(a)\,[f(a) - f(x)]$$
$$+ f(x)\,[F(a) - F(x)].$$

Mas, por ser $F(a)$ o limite de $F(x)$, ha sempre um valor x_1 de x tal que a desigualdade

$$F(a) - F(x) < \delta'$$

é satisfeita (em valor absoluto) por todos os valores de x comprehendidos entre x_1 e a, por mais pequeno que seja δ'. Chamando pois M o maior valor (absoluto) de $f(x)$ no intervallo considerado, vem

$$M [F(a) - F(x)] < M\delta',$$

e *à fortiori*

$$f(x) [F(a) - F(x)] < M\delta' = \tfrac{1}{2}\delta.$$

Esta desigualdade é pois satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre a e x_1, por mais pequeno que seja δ.

Do mesmo modo se vê que ha sempre um valor x_2 de x tal que a desigualdade

$$F(a) [f(a) - f(x)] < \tfrac{1}{2}\delta$$

é satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre x_2 e a, por mais pequeno que seja δ.

Logo a desigualdade

$$F(a) f(a) - F(x) . f(x) < \delta$$

será satisfeita por todos os valores de x comprehendidos entre a e aquella das quantidades x_1 e x_2 que está mais proxima de a; e portanto $F(a) . f(a)$ é o limite de $F(x) . f(x)$.

3.º—*O limite do quociente de duas funcções é igual ao quociente dos limites das mesmas funcções, se as funcções não são ao mesmo tempo nullas ou infinitas no limite.*

Com effeito, seja

$$\varphi(x) = \frac{F(x)}{f(x)},$$

e sejam $F(a)$ e $f(a)$ os limites para que tendem $F(x)$ e $f(x)$ quando x tende para a. Teremos

$$F(x) = \varphi(x) . f(x),$$

e portanto

$$F(a) = f(a) . \lim \varphi(x),$$

*

o que dá

$$\lim \varphi(x) = \frac{F(a)}{f(a)}.$$

4.° — *O limite da raiz de qualquer funcção é igual á raiz do limite da mesma funcção.*

Com effeito, a igualdade,

$$\varphi(x) = \sqrt[m]{F(x)}$$

dá

$$F(x) = [\varphi(x)]^m,$$

e portanto

$$F(a) = [\lim . \varphi(x)]^m$$

ou

$$\lim . \varphi(x) = \sqrt[m]{F(a)} .$$

34. — Chama-se *quantidade infinitamente pequena* (ou *infinitesimo*) *a quantidade variavel cujo limite é zero.* Por exemplo, a differença entre a circumferencia e os perimetros dos polygonos regulares inscriptos ou circumscriptos é infinitamente pequena, pois que o limite d'estes perimetros é a circumferencia.

Seja α uma quantidade infinitamente pequena e β uma quantidade ligada com α de tal modo que quando α tende para o limite zero, β tenda tambem para o limite zero. Diz-se que β *é infinitamente pequeno de ordem* n *relativamente a* α *quando* $\frac{\beta}{\alpha^n}$ *tende para um limite finito á medida que* α *tende para zero.*

Chamando A este limite, podemos escrever n'este caso

$$\frac{\beta}{\alpha^n} = A + \varepsilon ,$$

onde a quantidade ε é infinitamente pequena ao mesmo tempo que α.

D'esta definição decorre immediatamente:

1.° — *Que se dois infinitamente pequenos* β *e* β' *forem respectivamente da ordem* n *e* n' *relativamente a* α, *o seu producto será da ordem* n + n' *e o seu quociente da ordem* n — n'.

Com effeito, das equações de definição

$$\beta = \alpha^n (A + \varepsilon),\ \beta' = \alpha^{n'} (B + \varepsilon')$$

deduz-se

$$\lim \frac{\beta\beta'}{\alpha^{n+n'}} = AB;$$

2.° — *Que se um infinitamente pequeno* β' *fôr da ordem* n' *relativamente a* β, *e este da ordem* n *relativamente a* α, *o primeiro será da ordem* n . n' *relativamente a* α.

Com effeito, das equações de definição

$$\beta' = \beta^{n'} (A + \varepsilon),\ \beta = \alpha^n (B + \varepsilon')$$

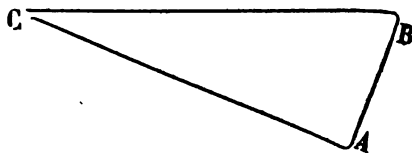
deduz-se

$$\lim \frac{\beta'}{\alpha^{n \cdot n'}} = AB^{n'}.$$

Consideremos alguns exemplos de infinitamente pequenos:

Exemplo 1.° — Quando um arco é infinitamente pequeno, o seu seno é um infinitamente pequeno da mesma ordem. Com effeito, sabe-se pela Trigonometria que $\frac{\text{sen}\ x}{x}$ tende para a unidade quando x tende para o limite zero.

Exemplo 2.° — No triangulo rectangulo a differença en-

tre a hypothenusa BC e o catheto AC é infinitamente pequena de segunda ordem relativamente ao catheto.

Com effeito, chamando α o angulo BCA, temos

$$CB - AC = CB(1 - \cos\alpha) = 2CB \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2}\alpha,$$

e portanto

$$\lim \frac{CB - AC}{\alpha^2} = \lim \frac{2CB \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\alpha}{\alpha^2} = \tfrac{1}{2} CB,$$

visto que é

$$\lim \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{2}\alpha}{\frac{1}{2}\alpha} = 1.$$

35. — Na *Introducção* definiu-se (n.º 22) a *continuidade* das funcções. A respeito da noção de continuidade observaremos aqui que, empregando a linguagem infinitesimal, se póde dizer que f (x) *é uma funcção continua de* x *no ponto* x = a *quando a differença* f (a + h) — f (a) *é infinitamente pequena ao mesmo tempo que* h.

36. — Consideremos a funcção $f(x)$ e supponhamos que a razão

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

tende para um limite determinado $f'(x)$, independente de h, á medida que h tende para zero. A esta nova funcção $f'(x)$ que assim se obtém, dá-se o nome de *derivada* da funcção $f(x)$.

E' facil de vêr que, no caso de $f(x)$ ser uma funcção inteira, esta definição coincide com a definição dada na *Introducção* (n.º 26 — III).

Com effeito, a formula de Taylor dá

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x) + \frac{h}{2} f''(x) + \ldots + \frac{h^{n-1}}{1.2\ldots n} f^{(n)}(x),$$

e portanto

$$\lim \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x).$$

Da definição de derivada deduz-se immediatamente o seguinte principio:

Toda a funcção que tem derivada, é continua nos pontos em que a derivada se não torna infinita ou indeterminada.

Com effeito, da igualdade

$$\lim \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$$

deduz-se

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x) + \varepsilon,$$

representando por ε uma quantidade infinitamente pequena com h.

Temos pois a igualdade

$$f(x+h) - f(x) = h(f'(x) + \varepsilon),$$

a qual mostra que a differença $f(x+h) - f(x)$ é infinitamente pequena ao mesmo tempo que h quando a funcção $f'(x)$ é finita.

Por muito tempo se julgou que a proposição inversa da precedente era verdadeira, isto é, que toda a funcção continua tinha derivada. Modernamente porém o snr. Weierstrass, professor na Universidade de Berlim, mostrou que todas as demonstrações que se davam d'esta proposição eram viciosas, e deu muitos exemplos de funcções continuas que não téem derivada. (*) As funcções estudadas na *Introducção*, isto é, as funcções compostas de funcções de x algebricas, exponenciaes, logarithmicas e circulares téem sempre derivada. Veremos isto adiante, assim como veremos apparecer um numero infinito de outras funcções nas mesmas circumstancias.

37. — Considerámos nos paragraphos anteriores a derivada como limite da razão $\frac{k}{h}$ (pondo $f(x+h) - f(x) = k$) de dois infinitamente pequenos. D'este modo sobre k e h não se podem executar as operações da Algebra. Introduzindo a

(*) Vid *Darboux*. — Mémoire sur les fonctions discontinues (Annale Scientifiques de l'École Normale, 1875).

noção de *differencial* póde exprimir-se a derivada pela razão de dois infinitamente pequenos, como vamos vêr.

Temos

$$f(x + h) - f(x) = h(f'(x) + \varepsilon),$$

onde ε representa uma quantidade infinitamente pequena com h. A differença $f(x + h) - f(x)$ compõe-se pois de duas parcellas infinitamente pequenas, uma de primeira ordem e a outra de ordem superior á primeira. A primeira parcella dá-se o nome de *differencial de* $f(x)$ e representa-se por $df(x)$ ou por dy (pondo $y = f(x)$). Para conformidade de notação representa-se o infinitamente pequeno arbitrario h pela notação dx. Temos pois

$$dy = f'(x)\, dx,$$

onde dx *é o augmento arbitrario da variavel independente* x, dy *é a parte de primeira ordem do augmento correspondente da funcção* f (x). *A derivada* f' (x) *é o quociente de* dy *por* dx.

Assim dy e dx são verdadeiras quantidades sobre as quaes se podem executar todas as operações da Algebra.

38.—Em todo este livro empregaremos para representar as derivadas umas vezes a notação y' ou $f'(x)$ (notação de Lagrange), outras vezes a notação $\frac{dy}{dx}$ (notação de Leibnitz).

Esta ultima notação é principalmente util quando y é funcção de muitas variaveis independentes. Assim, se fôr $y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots)$, a derivada de y relativamente a x_1, quando as outras variaveis são consideradas como constantes, que se chama *derivada parcial* de y relativamente a x_1, será representada por $\frac{\partial y}{\partial x_1}$; do mesmo modo a *derivada parcial* de y relativamente a x_2 será representada por $\frac{\partial y}{\partial x_2}$; etc. As differenciaes ∂y que entram n'estas derivadas parciaes são differentes umas das outras e é o denominador que indica o que cada uma representa. Portanto sobre as differenciaes que entram nas derivadas parciaes, não se podem executar operações que as separem dos denominadores. E' para não esquecer esta circumstancia que em logar da caracteristica d se emprega a caracteristica ∂.

A funcção $f'(x)$ póde ter tambem uma derivada que se representa por $f''(x)$, etc. Estas derivadas $f''(x)$, $f'''(x)$, etc. téem respectivamente os nomes de derivadas de *segunda ordem*, de *terceira ordem*, etc. Podem tambem ser representadas pelas notações $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, etc. por motivos que adiante veremos.

No caso de muitas variaveis independentes representa-se por

$$\frac{\partial^n f(x_1, x_2, x_3, \ldots)}{\partial x_1^a \, \partial x_2^b \, \partial x_3^c \ldots}$$

a derivada de ordem n que se obtém derivando primeiro a vezes a funcção relativamente a x_1, considerando as outras variaveis como constantes; depois derivando o resultado obtido b vezes relativamente a x_2, considerando as outras variaveis como constantes; e assim successivamente.

39. — Foi por considerações geometricas que se chegou á noção importante de derivada. Vamos pois entrar por um pouco no campo da Geometria para poder vêr a origem d'esta noção e appreciar assim a sua importancia.

II

Methodo dos limites. Methodo infinitesimal. Origem do Calculo infinitesimal

40. — *Principio dos limites: — Se as quantidades variaveis* x, y, z, *etc. tenderem para os limites* a, b, c, *etc.; se a funcção* f (x, y, z, ...) *tender para o limite* f (a, b, c, ...); *e se fôr constantemente:*

$$(1) \ldots\ldots \quad f(x, y, z, \ldots) = F(x, y, z, \ldots),$$

a funcção F (x, y, z, ...) *tambem tenderá para um limite igual a* f (a, b, c, ...).

Este principio é uma consequencia immediata da definição de limite. Com effeito, quando as variaveis x, y, z, etc.

se approximam de a, b, c, etc., passarão por um valor x_1, y_1, z_1, etc. tal que a desigualdade

$$f(x, y, z, \ldots) - f(a, b, c, \ldots) < \delta$$

será satisfeita (qualquer que seja δ) por todos os valores de x, y, z, etc. inferiores em valor absoluto a x_1, y_1, z_1, etc. Logo a desigualdade

$$F(x, y, z, \ldots) - f(a, b, c, \ldots) < \delta$$

tambem será satisfeita pelos valores de x, y, z, etc. inferiores em valor absoluto a x_1, y_1, z_1, etc.; e portanto $F(x, y, z, \ldots)$ terá um limite igual a $f(a, b, c, \ldots)$.

Se fôr pois $F(a, b, c, \ldots)$ este limite, teremos

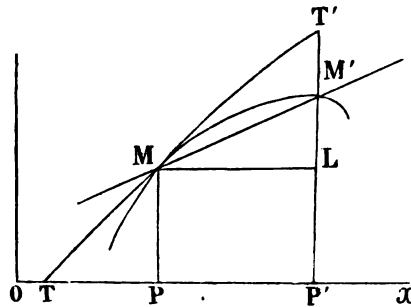
$$(2)\ldots\ldots \quad F(a, b, c, \ldots) = f(a, b, c, \ldots).$$

11. — Em virtude do principio precedente, se se quizer resolver uma questão relativa a curvas ou superficies que se traduza pela equação (2), e se se não conhecer meio de achar directamente a solução, póde-se formar primeiramente a equação (1) relativa a polygonos ou polyedros e substituir depois x, y, z, etc. por a, b, c. etc., se x, y, z, etc. tenderem para os limites a, b, c, etc. quando os polygonos ou polyedros tenderem para as curvas ou superficies. E' n'isto que consiste o *methodo dos limites*, de que se fez já muito uso na Geometria elementar para se resolverem algumas questões relativas ao circulo, ao cylindro, ao cóne e á esphera, e de que vamos aqui fazer duas applicações importantes para o nosso fim.

I — Consideremos uma recta MM' que corte uma curva em dois pontos, e supponhamos que o segundo ponto M' se approxima indefinidamente do primeiro M. A recta vae gyrando em roda do primeiro ponto, e, se o seu coefficiente angular tender para um limite determinado, MM' tenderá tambem para uma posição determinada correspondente MT. A esta linha MT chama-se *tangente* á curva no ponto M, que é portanto *o limite para que tende a secante MM' quando M' se approxima indefinidamente de M.*

Se forem $y = f(x)$ a equação da curva, (x, y) e $(x + h, y + h)$ as coordenadas dos pontos M e M', θ a inclinação $T'ML$ da tangente sobre o eixo das abscissas, e α a inclinação $T'MM'$ da tangente sobre a corda, a resolução do triangulo rectangulo LMM' dará a igualdade

$$\tang(\theta - \alpha) = \frac{M'L}{ML} = \frac{k}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

por meio da qual se determina a inclinação da secante sobre o eixo das abscissas, substituindo $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ pelo seu valor tirado da equação da curva.

Mas á medida que o ponto M' se approxima de M, h e α tendem para o limite zero, logo, segundo o theorema precedente, teremos a igualdade

$$\tang \theta = \lim \frac{k}{h} = \lim . \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

por meio do qual se determina a direcção θ da tangente substituindo $\lim . \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (quando exista) pelo seu valor tirado da equação da curva. Este *methodo de tangentes* é devido a Fermat.

No caso, por exemplo, de ser $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, ou $x^2 + y^2 = R^2$, teremos, mudando x em $x + h$ e y em $y + k$,

$$x^2 + 2xh + h^2 + y^2 + 2yk + k^2 = R^2,$$

ou

$$2xh + h^2 + 2ky + k^2 = 0,$$

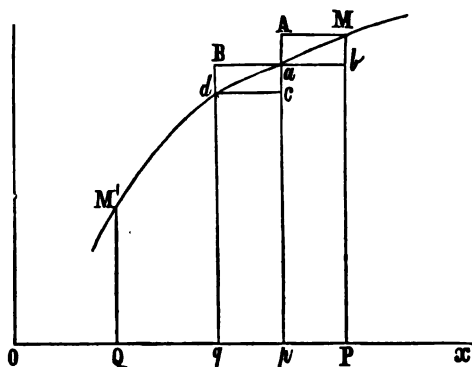
que dá

$$\frac{k}{h} = -\frac{2x+h}{2y+k},$$

e portanto

$$\text{tang}\,\theta = \lim \frac{k}{h} = -\frac{x}{y}.$$

Temos assim o coefficiente angular da tangente á circumferencia no ponto (x, y).

II—A área $MM'QP$, que chamaremos S, comprehendida

entre uma curva continua $y = f(x)$, o eixo das abscissas e duas ordenadas MP e $M'Q$, correspondentes ás abscissas x e x_0 póde ser decomposta n'outras por meio de linhas equidistantes parallelas ao eixo das ordenadas. Tirando depois parallelas ao eixo das abscissas que passem pelos pontos M, a, d, etc. formam-se os rectangulos $AMPp$, $aBqp$, etc., cujas áreas são iguaes a $hf(x)$, $hf(x-h)$, $hf(x-2h)$, etc. sendo h a distancia pq das ordenadas. Chamando pois ε a differença entre a área S e a somma das áreas dos rectangulos precedentes, teremos a igualdade

$$S + \varepsilon = hf(x) + hf(x-h) + hf(x-2h) + \ldots$$
$$+ hf(-x(n-1)h),$$

suppondo que o numero dos rectangulos é n.

Por outra parte ε é a somma das áreas dos triangulos curvilineos MAa, aBd, etc., e esta somma é menor do que a somma das áreas dos rectangulos $MAab$, $Bacd$, etc., o que dá

$$\varepsilon < h(k_1 + k_2 + \ldots),$$

chamando k_1, k_2, etc. as alturas Mb, ac, etc. dos rectangulos. Chamando pois k a maior d'estas alturas, e notando que é $nh = x - x_0$, vem

$$\varepsilon < nhk, \text{ ou } \varepsilon < k(x - x_0).$$

Vê-se pois que ε e k, e portanto ε e h tendem ao mesmo tempo para o limite zero, e será portanto

$$S = \lim\, [hf(x) + hf(x-h) + hf(x-2h) + \ldots$$
$$+ hf(x-(n-1)h)],$$

onde se deve eliminar n ou h pela relação $nh = x - x_0$ para depois se fazer $\lim h = 0$, ou $\lim n = \infty$. Por meio d'esta formula determina-se pois a área S substituindo o segundo membro pelo seu valor obtido por meio da equação da curva.

Por exemplo, se a linha MM' é uma recta $y = ax$ que passa pela origem das coordenadas, e se queremos achar a área comprehendida entre a origem e a ordenada correspondente á abscissa x, teremos $x = nh$, e portanto

$$S = \lim\, ah^2\,[n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 2 + 1]$$
$$= \lim \frac{n(n+1)ah^2}{2} = \lim \left[\frac{ax^2}{2} + \frac{ax^2}{2n}\right] = \frac{ax^2}{2}.$$

Do mesmo modo no caso da parabola $y = ax^2$ vem

$$S = \lim\, ah^3(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2),$$

mas, em virtude de um theorema da Algebra (*), temos

$$1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6},$$

(*) Este theorema será adiante demonstrado.

e portanto, pondo $n = \frac{x}{h}$, vem o resultado, devido a Archimedes:

$$S = \lim a\left(\frac{x^3}{3} + \frac{hx^2}{2} + \frac{h^2x}{6}\right) = \frac{ax^3}{3}.$$

Se a equação da curva fosse $y = ax^m$, sendo m inteiro e positivo, achar-se-hia do mesmo modo

$$S = \frac{ax^{m+1}}{m+1},$$

resultado devido a Wallis.

12. — O methodo dos limites simplifica-se consideravelmente por meio dos principios seguintes:

1.° — *Se se quizer achar o limite da razão $\frac{\alpha'}{\alpha}$ de duas quantidades infinitamente pequenas α' e α, e se os infinitamente pequenos β' e β estiverem ligados com α' e α de modo que seja*

$$\lim \frac{\alpha'}{\beta'} = 1, \lim \frac{\alpha}{\beta} = 1,$$

podemos substituir α' por β' e α por β, e temos:

$$\lim \frac{\alpha'}{\alpha} = \lim \frac{\beta'}{\beta}.$$

Com effeito, temos por hypothese

$$\frac{\alpha'}{\beta'} = 1 + \varepsilon', \frac{\alpha}{\beta} = 1 + \varepsilon,$$

onde ε' e ε são quantidades infinitamente pequenas ao mesmo tempo que α' e α. Logo será

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\beta'(1+\varepsilon')}{\beta(1+\varepsilon)},$$

e portanto

$$\lim \frac{\alpha'}{\alpha} = \lim \frac{\beta'}{\beta}.$$

2.° — *Se se quizer achar o limite da somma das quantidades infinitamente pequenas positivas* $\alpha, \alpha', \alpha'', \ldots \alpha^{(n)}$, *e se as quantidades infinitamente pequenas* $\beta, \beta', \beta'', \ldots \beta^{(n)}$ *estiverem ligados com* $\alpha, \alpha', \alpha''$, *etc., de modo que seja*

$$\lim \frac{\alpha}{\beta} = 1, \lim \frac{\alpha'}{\beta'} = 1, \lim \frac{\alpha''}{\beta''} = 1, \text{etc.},$$

podemos substituir α *por* β, α' *por* β', *etc. e temos:*

$$\lim (\alpha + \alpha' + \alpha'' + \ldots + \alpha^{(n)}) = \lim (\beta + \beta' + \ldots + \beta^{(n)}).$$

Com effeito, temos

$$\frac{\beta}{\alpha} = 1 + \varepsilon, \frac{\beta'}{\alpha'} = 1 + \varepsilon', \ldots \frac{\beta^{(n)}}{\alpha^{(n)}} = 1 + \varepsilon^{(n)},$$

e portanto

$$\beta + \beta' + \ldots + \beta^{(n)} = \alpha + \alpha' + \ldots + \alpha^{(n)} + \alpha . \varepsilon$$
$$+ \alpha' . \varepsilon' + \ldots + \alpha^{(n)} \varepsilon^{(n)}.$$

Mas, suppondo que ε é aquelle dos infinitamente pequenos $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$, etc. que tem maior valor, teremos evidentemente a desigualdade:

$$\alpha . \varepsilon + \alpha' . \varepsilon' + \ldots + \alpha^{(n)} . \varepsilon^{(n)} < \varepsilon (\alpha + \alpha' + \ldots + \alpha^{(n)}),$$

que, por ter $\alpha + \alpha' + \ldots$ um limite determinado, dá

$$\lim (\alpha . \varepsilon + \alpha' . \varepsilon' + \ldots) = 0.$$

Logo, será

$$\lim (\alpha + \alpha' + \ldots) = \lim (\beta + \beta' + \ldots).$$

Só mais tarde se poderá apreciar a importancia d'estes dois principios. O primeiro tem applicação nas questões da

natureza da questão I do paragrapho precedente, em que uma quantidade é determinada pelo limite da razão de dois infinitamente pequenos. O segundo têm applicação nas questões da natureza da questão II do mesmo paragrapho, em que uma quantidade é determinada pelo limite de uma somma de infinitamente pequenos. Em virtude d'estes principios podemos substituir os infinitamente pequenos que entrem n'uma questão por outros que a simplifiquem.

E' no methodo dos limites simplificado pelos dois principios precedentes que consiste o *methodo infenitesimal.* (*)

43. — Para applicar o methodo infinitesimal ás questões da natureza da questão I do n.º 41 é necessario procurar, para as diversas funcções, o limite de $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.
Somos assim levados pela questão importante da determinação das tangentes ás curvas *á resolução do problema de calculo que tem por fim achar as derivadas das funcções.*

Este problema é o objecto do *Calculo Differencial.*

Em segundo logar, para applicar o methodo infinitesimal ás questões da natureza da questão II do n.º 41 é necessario procurar, para as diversas funcções, o limite da somma

$$S = hf(x) + hf(x-h) + hf(x-2h) + \ldots + hf(x-(n-1)h),$$

onde é $x - x_0 = nh$, x uma variavel e x_0 uma constante arbitraria; ou, eliminando n e junctando o termo infinitamente pequeno $hf(x_0)$ que não altera o limite procurado,

$$S = hf(x_0) + hf(x_0+h) + hf(x_0+2h) + \ldots +$$
$$+ hf(x-h) + hf(x).$$

Somos assim levados a outro problema da Analyse: *determinar a funcção que é o limite da somma precedente.*

(*) Os dois principios do methodo infinitesimal que vimos de demonstrar são casos particulares de um principio mais geral applicavel em outras questões. Para passar da equação (1) para a equação (2) em logar de fazer as quantidades $a-x$, $b-y$, etc. nullas no resultado podemos fazel-as nullas durante o caminho seguido para chegar á equação (1), se no calculo apparecem os binomios $A + B(a-x)$, $A' + B'(b-y)$, etc., onde A, B, A', B', etc. representam quantidades finitas, e na equação (2) apparecem as quantidades A, A', etc. Veja-se a este respeito a minha nota — *Sur les principes du Calcul infinitésimal* — publicada nas *Memorias da Sociedade de Sciencias Physicas de Bordeaux* (2.ª série, tomo IV).

A respeito d'este problema faremos as observações seguintes:

1.ª — Que, se a funcção $f(x)$ representa a ordenada de uma curva continua no intervallo de x_0 a x, e é positiva e sempre crescente, ou sempre decrescente n'este intervallo, a somma precedente tem um limite finito e determinado qualquer que seja h; visto que então este limite representa (n.º 41 — II) uma área finita e determinada. Porém este limite existe em muitos outros casos, como veremos.

2.ª — Que este problema é o reciproco do anterior.

Com effeito, mudemos x em $x+l$ e chamemos k o augmento correspondente de *lim* . S. Como *lim* . S representa uma área comprehendida entre as ordenadas $f(x_0)$ e $f(x)$, a curva $y = f(x)$ e o eixo das abscissas, o augmento k representará uma área comprehendida entre as ordenadas $f(x)$ e $f(x+l)$, a curva e os eixos das abscissas; e portanto decompondo-a em m áreas parciaes por meio de parallelas ao eixo das ordenadas distantes entre si da quantidade h', teremos

$$k = \lim\,[h'f(x+h') + h'f(x+2h') + \ldots + h'f(x+l)]\,,$$

onde é $mh' = l$.

Suppondo a funcção $f(x)$ continua no intervallo comprehendido entre x e $x+l$, podemos dar a l um valôr tão pequeno que no intervallo considerado cada termo da somma k fique comprehendido entre $h\,(f(x)+\alpha)$ e $h\,(f(x)-\alpha)$, por mais pequeno que seja α. Logo a somma k ficará comprehendida entre $mh'\,(f(x)+\alpha)$ e $mh'\,(f(x)-\alpha)$, e portanto $\frac{k}{l}$ ficará entre $f(x)+\alpha$ e $f(x)-\alpha$ o que dá

$$\lim \frac{k}{l} = f(x)\,;$$

portanto a funcção dada $f\,(x)$ é a derivada da funcção *lim* S.

Somos pois levados assim á *resolução do problema de calculo que tem por fim achar as funcções quando se conhecem as suas respectivas derivadas*. Este problema é o objecto do *Calculo integral*.

44. — Tambem se podia ser levado ao *Calculo integral* pela questão inversa da das tangentes. Vamos ainda aqui tractar d'esta questão para se ir vendo desde já a sua importancia.

Se se quizer procurar a curva cuja tangente faça com o eixo das abscissas um angulo, cuja tangente trigonometrica seja igual a uma funcção $F(x)$ dada, é necessario procurar a equação $y = f(x)$ que satisfaz á condição

$$\lim \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = F(x).$$

Por exemplo, se é

$$F(x) = mx^{m-1},$$

sendo m inteiro e positivo, satisfazem ao problema as curvas cuja equação é

$$y = x^m + a,$$

onde a é uma constante arbitraria; pois que esta equação dá

$$y + k = (x+h)^m + a = a + x^m + mhx^{m-1} + \ldots,$$

e portanto

$$\lim \frac{k}{h} = mx^{m-1}.$$

Póde mesmo mais geralmente procurar-se qual é a curva cuja tangente trigonometrica é igual a uma funcção dada $F(x, y)$ das coordenadas do ponto de contacto, e então é necessario procurar a funcção implicita $f(x, y) = 0$, que, pela mudança de x em $x + h$ e y em $y + k$, dá

$$\lim \frac{k}{h} = F(x, y).$$

Se é, por exemplo,

$$F(x, y) = -\frac{x}{y},$$

vem

$$\lim \frac{k}{h} = -\frac{x}{y},$$

e é necessario procurar a equação $f(x, y)=0$ que, pela mudança de x em $x+h$ e y em $y+k$, dá para limite de $\frac{k}{h}$ o valor precedente. A esta condição satisfazem (n.º 41 — I) todas as circumferencias com o centro na origem das coordenadas.

CAPITULO II

DERIVADAS DE PRIMEIRA ORDEM DAS FUNCÇÕES

I

Theoremas geraes

45. — **I** — Seja y uma funcção de x definida pela igualdade

$$y = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \ldots + \varphi_n(x),$$

e procuremos a derivada d'esta funcção relativamente a x.

Mudando x em $x + h$, e chamando k, l_1, l_2, ... l_n os augmentos correspondentes de y, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, etc , teremos

$$k = l_1 + l_2 + \ldots + l_n,$$

d'onde se deduz

$$\lim \frac{k}{h} = \lim \frac{l_1}{h} + \lim \frac{l_2}{h} + \ldots$$

ou

$$y' = \varphi'_1(x) + \varphi'_2(x) + \ldots + \varphi'_n(x).$$

Logo *a derivada de uma somma algebrica de funcções é igual á somma das derivadas das parcellas.*

II — Procuremos a derivada do producto

$$y = \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x)$$

de duas funcções dadas.

Mudando x em $x + h$ e chamando k, l_1, l_2 os augmentos de y, φ_1, (x), $\varphi_2(x)$, vem

$$y + k = \varphi_1(x + h) \cdot \varphi_2(x + h) = [\varphi_1(x) + l_1][\varphi_2(x) + l_2].$$

Teremos pois

$$k = l_1 \varphi_2(x) + l_2 \varphi_1(x) + l_1 \cdot l_2,$$

e portanto

$$\lim \frac{k}{h} = \varphi_2(x) \lim \frac{l_1}{h} + \varphi_1(x) \lim \frac{l_2}{h},$$

ou

$$y' = \varphi_1(x) \varphi'_2(x) + \varphi'_1(x) \varphi_2(x).$$

Do mesmo modo se vê que a derivada do producto

$$y = \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \ldots \varphi_n(x)$$

é dada pela formula

$$y' = \varphi'_1(x) \cdot \varphi_2(x) \ldots \varphi_n(x) + \varphi_1(x) \cdot \varphi'_2(x) \ldots \varphi_n(x)$$
$$+ \ldots + \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \ldots \varphi'_n(x);$$

e portanto *a derivada de um producto de funcções é igual á somma dos productos que se obtéem multiplicando a derivada de cada factor pelo producto de todos os outros.*

III — A derivada do quociente de duas funcções:

$$y = \frac{\varphi_1(x)}{\varphi_2(x)}$$

obtem-se do modo seguinte:

Temos

$$\varphi_1(x) = y \cdot \varphi_2(x),$$

e portanto, em virtude do theorema precedente,

$$\varphi'_1(x) = y' \varphi_2(x) + y \varphi'_2(x),$$

o que dá

$$y' = \frac{\varphi'_1(x) - y \varphi'_2(x)}{\varphi_2(x)} = \frac{\varphi'_1(x) \cdot \varphi_2(x) - \varphi_1(x) \varphi'_2(x)}{[\varphi_2(x)]^2}.$$

Logo *a derivada de um quociente é igual ao quociente da differença entre os productos da derivada do numerador pelo denominador e da derivada do denominador pelo numerador dividida pelo quadrado do denominador.*

IV — Seja y uma funcção de x determinada pelas equações:

$$y = f(u), \ u = \varphi(x),$$

e procuremos a derivada de y relativamente a x. Chamando l e k os augmentos de u e de y correspondentes ao augmento h de x, teremos a identidade

$$\frac{k}{h} = \frac{k}{l} \cdot \frac{l}{h},$$

que dá

$$\lim \frac{k}{h} = \lim \frac{k}{l} \cdot \lim \frac{l}{h}$$

ou

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Temos pois o theorema seguinte:

Se y *é funcção de* u *e* u *é funcção de* x, *a derivada de* y *relativamente a* x *é igual ao producto da derivada de* y *relativamente a* u *pela derivada de* u *relativamente a* x.

V — Seja agora y uma funcção de x determinada pelas equações:

$$y = f(u_1, u_2),\ u_1 = \varphi_1(x),\ u_2 = \varphi_2(x),$$

e procuremos a derivada de y relativamente a x. Chamando l_1 e l_2 os augmentos infinitamente pequenos de u_1 e u_2 correspondentes ao augmento infinitamente pequeno h de x, temos (n.º 37), considerando u_2 como constante,

$$f(u_1 + l_1, u_2) = f(u_1, u_2) + \frac{\partial y}{\partial u_1} l_1 + \alpha . l_1 ;$$

e considerando u_1 como constante

$$f(u_1, u_2 + l_2) = f(u_1, u_2) + \frac{\partial y}{\partial u_2} l_2 + \alpha_1 . l_2 ,$$

onde α e α_1 são quantidades infinitamente pequenas com l_1 e l_2.

Suppondo a derivada $\frac{\partial y}{\partial u_1}$ uma funcção continua de u_2, temos

$$\frac{\partial f(u_1, u_2 + l_2)}{\partial u_1} = \frac{\partial y}{\partial u_1} + \alpha_2 ,$$

onde α_2 é infinitamente pequeno com l_2.

Mudando na primeira das tres formulas precedentes u_2 em $u_2 + l_2$ e attendendo ás duas ultimas, vem

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} f(u_1 + l_1, u_2 + l_2) = f(u_1, u_2) + \frac{\partial y}{\partial u_1} . l_1 + \\ + \frac{\partial y}{\partial u_2} . l_2 + \alpha' . l_1 + \alpha_1 l_2 + \alpha_2 . l_1 , \end{array} \right.$$

chamando α' o infinitamente pequeno em que se muda α quando se muda u_2 em $u_2 + l_2$.

Temos pois

$$\lim . \frac{f(u_1 + l_1, u_2 + l_2) - f(u_1, u_2)}{h} = \frac{\partial y}{\partial u_1} \lim . \frac{l_1}{h}$$

$$+ \frac{\partial y}{\partial u_2} \lim \frac{l_2}{h} ,$$

ou, notando que $lim . \frac{l_1}{h}$ e $lim . \frac{l_2}{h}$ representam as derivadas de u_1 e de u_2 relativamente a x,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial u_1} \cdot \frac{du_1}{dx} + \frac{\partial y}{\partial u_2} \cdot \frac{du_2}{dx} .$$

Do mesmo modo, no caso de ser

$$y = f(u_1, u_2, u_3 \ldots), \; u_1 = \varphi_1(x), \; u_2 = \varphi_2(x), \text{ etc.},$$

achar-se-hia

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial u_1} \cdot \frac{du_1}{dx} + \frac{\partial y}{\partial u_2} \cdot \frac{du_2}{dx} + \frac{\partial y}{\partial u_3} \cdot \frac{du_3}{dx} + \ldots$$

Temos pois o theorema seguinte:

A derivada de uma funcção composta de outras funcções é igual á somma das derivadas que se obtêem considerando successivamente cada uma d'estas ultimas funcções como unica.

Os theoremas I e II são casos particulares d'este.

Nota.—Devemos observar que o raciocinio empregado para demonstrar a formula (*a*) subsiste quando u_1, u_2, u_3, etc., em logar de serem funcções de x, são variaveis independentes. N'este caso, vem pois tambem

$$f(u_1 + l_1, u_2 + l_2, \ldots) - f(u_1, u_2, \ldots)$$

$$= l_1 \frac{\partial y}{\partial u} + l_2 \frac{\partial y}{\partial u_2} + \ldots + \alpha\, l_1 + \alpha_1\, l_2 + \ldots,$$

onde α, α_1, etc. são quantidades infinitamente pequenas com l_1, l_2, etc.

VI—Se resolvermos relativamente a x a equação $y = f(x)$, vem uma equação da fórma $x = \varphi(y)$, e á funcção $\varphi(y)$ chama-se *funcção inversa* de $f(x)$.

Chamando k o augmento de y correspondente ao augmento h de x, vem

$$x + h = \varphi(y) + k(\varphi'(y) + \alpha),$$

onde α é infinitamente pequeno como k. Temos pois

$$1 = \frac{k}{h}(\varphi'(y) + \alpha),$$

e portanto

$$f'(x) = \lim . \frac{k}{h} = \frac{1}{\varphi'(y)} = \frac{1}{\varphi'(f(x))}.$$

Logo *a derivada de uma funcção é igual á unidade dividida pela derivada da sua funcção inversa*

II

Derivadas das funcções algebricas, logarithmicas e circulares

46. — Vamos agora procurar as derivadas das funcções estudadas na Algebra e Trigonometria, isto é, as derivadas das funcções compostas de funcções de x algebricas, logarithmicas e circulares.

Todas estas funcções são constituidas por *funcções simples*, chamando funcções simples aquellas em que a variavel entra affectada de um só dos signaes usados para indicar as combinações analyticas. Por meio dos theoremas IV e V do n.º 45 pode-se formar a derivada de qualquer funcção quando se conhecem as derivadas das funcções simples, e vamos porisso procurar estas derivadas.

As funcções simples são as seguintes:

$a \pm x$, ax, x^m, e^x, $\log x$, $\text{sen}\, x$, $\cos x$, $\text{tang}\, x$, $\cot x$,

$\sec x$, $\text{cosec}\, x$, arc (sen $= x$), arc (cos $= x$), arc (tang $= x$),

arc (cot $= x$), arc (sec $= x$), arc (cosec $= x$).

Nem todas estas funcções são independentes, e bastaria portanto procurar as derivadas das cinco funcções

$$a + x,\ ax,\ x^n,\ e^x,\ \text{sen}\ x,$$

de que as outras dependem. Em todo o caso serão aqui todas consideradas para termos regras que permittam escrever immediatamente as suas derivadas, visto a frequencia com que apparecem na Analyse.

1) A derivada da funcção $y = a \pm x$ é evidentemente

$$y' = \pm 1 .$$

2) A derivada de $y = ax$ é

$$y' = a .$$

3) A funcção $y = e^x$, onde e representa o numero definido no n.º 19, dá

$$y' = \lim \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = e^x \lim . \frac{e^h - 1}{h} .$$

Mas, como e^h tende para o limite 1 quando h tende para zero, podemos pôr

$$e^h = 1 + \frac{1}{n} ,$$

onde n representa uma quantidade que augmenta indefinidamente quando h decresce; o que dá

$$h = \log . \left(1 + \frac{1}{n}\right) ,$$

representando, como faremos sempre, por *log* . os logarithmos neperianos.

Virá pois

$$y' = e^x \lim \frac{1}{n \log . \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{e^x}{\lim \log . \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} ,$$

e por consequencia (n.º 19)

$$y' = e^x .$$

Nota. — Se fôr $y = e^u$ e $u = \varphi(x)$, teremos (n.º 45—IV)

$$y' = e^u \, . \, u',$$

o que dá a regra seguinte:

A derivada da exponencial de base e *é igual ao producto da mesma exponencial pela derivada do expoente.*

Se fôr $y = a^u$ teremos (n.º 31 — VI)

$$y = e^{u \, . \, \log . \, a},$$

e portanto

$$y' = a_u \, . \, u' \log . \, a \, .$$

4) A funcção logarithmica $y = \log x$ dá $x = e^y$, e portanto (n.º 45 — VI)

$$y' = \frac{1}{e^y} = \frac{1}{x} \, .$$

Nota. — Se fôr $y = \log . \, u$ e $u = \varphi(x)$, teremos (n.º 45 — IV)

$$y' = \frac{u'}{u} \, .$$

Logo *a derivada do logarithmo neperiano de uma funcção é igual á derivada da funcção dividida pela funcção.*

Se fôr a a base dos logarithmos teremos (n.º 31 — VI)

$$y = \log_a . \, u = \frac{\log . \, u}{\log . \, a}, \; y' = \frac{u'}{u \log . \, a} \, .$$

5) No caso da funcção

$$y = x^m$$

temos, qualquer que seja m,

$$\log . \, y = m \log . \, x,$$

e portanto

$$y = e^{m \log . x},$$

o que dá

$$y' = e^{m \log . x} . \frac{m}{x} = \frac{my}{x} = mx^{m-1}.$$

Nota. — Se fôr $y = u^m$, e $u = \varphi(x)$, vem

$$y' = mu^{m-1} . u' .$$

Logo *a derivada da potencia* m *de uma funcção forma-se multiplicando o expoente pela potencia immediatamente inferior da funcção e pela derivada da funcção.*

A regra precedente abrange as raizes das funcções, que se podem representar por potencias com expoentes fraccionarios.

6) A funcção $y = \text{sen } x$ dá

$$y' = \lim \frac{\text{sen }(x+h) - \text{sen } x}{h} = \lim \frac{2 \text{ sen } \frac{h}{2} \cos \left(x + \frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \cos x . \lim \frac{\text{sen } \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

e portanto

$$y' = \cos x$$

7) Por ser $\cos x = \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, a derivada da funcção $y = \cos x$ será

$$y' = - \text{sen } x .$$

8) A derivada de $y = \text{tang } x$ obtem-se derivando a funcção $\frac{\text{sen } x}{\cos x}$, o que dá

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = \text{secant}^2 x .$$

Do mesmo modo se acha as derivadas de cot x, de sec x e de cosec x:

9) $y = \cot x,\ y' = -\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x,$

10) $y = \sec x,\ y' = \dfrac{\operatorname{sen}\ x}{\cos^2 x} = \operatorname{tang} x \sec x,$

11) $y = \operatorname{cosec} x,\ y' = -\cot x \operatorname{cosec} x.$

12) A derivada da funcção inversa

$$y = \operatorname{arc}\ (\operatorname{sen} = x)$$

obtem-se por meio do theorema VI do n.º 45, que dá

$$y' = \frac{1}{\operatorname{sen}\ y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ .$$

Do mesmo modo se acha as derivadas de *arc* (*cos* $= x$), de *arc* (*tang* $= x$), etc.:

13) $y = \operatorname{arc}\ (\cos = x),\ y' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}},$

14) $y = \operatorname{arc}\ (\operatorname{tang} = x),\ y' = \dfrac{1}{1+x^2}$

15) $y = \operatorname{arc}\ (\cot = x),\ y' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

16) $y = \operatorname{arc}\ (\sec = x),\ y' = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

17) $y = \operatorname{arc}\ (\operatorname{cosec} = x),\ y' = -\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\ .$

III

Funcções implicitas

47. — Consideremos agora as *funcções implicitas*, isto é, procuremos a derivada relativamente a x de uma funcção y determinada pela equação

$$F(x, y) = 0 .$$

Mudando x em $x + h$ e y em $y + k$, vem (n.º 45 — V — *nota*)

$$F(x+h, y+k) = F(x, y) + \frac{\partial F}{\partial x} h + \frac{\partial F}{\partial y} k + \alpha h + \alpha_1 k = 0,$$

ou

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{k}{h} + \alpha + \alpha_1 \frac{k}{h} = 0,$$

onde α e α_1 são infinitamente pequenos com h e k.

Vem pois

$$y' = \lim \frac{k}{h} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} .$$

Temos assim a derivada y' expressa em funcção de x e y. Se quizermos esta derivada só expressa em funcção d'uma variavel, elimanaremos a outra por meio da equação proposta.

Escrevendo a igualdade precedente debaixo da fórma

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot y' = 0$$

vê-se que o primeiro membro è a derivada de $F(x, y)$ consi-

derada como funcção composta de x e de uma funcção y de x (n.º 45).

Derivando pela mesma regra a equação precedente que é da fórma

$$F_1(x, y, y') = 0 ,$$

vem a equação

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_1}{\partial y} \cdot y' + \frac{\partial F_1}{\partial y'} \cdot y'' = 0$$

que dá y''.

Continuando do mesmo modo obtéem as equações que dão y''', $y^{(4)}$, etc.

As equações que se obtem derivando successivamente uma equação dada são do primeiro gráo relativamente a y', y'', y''', etc. Porém este gráo póde elevar-se já por se fazer desapparecer radicaes que lá entrem, já por se eliminar entre ellas algumas quantidades.

Exemplo.—A equação da ellipse

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

dá

$$a^2 yy' + b^2 x = 0 ,$$

e portanto

$$y' = -\frac{bx}{a^2 y} .$$

Se quizermos exprimir a derivada só em funcção de x teremos de eliminar y, o que dá

$$y' = -\frac{bx}{a\sqrt{a^2 - x^2}} .$$

Se quizermos fazer desapparecer o radical, teremos de elevar ao quadrado, o que dá

$$a^2 (a^2 - x^2) y'^2 = b^2 x^2 .$$

18.—Toda a relação entre uma funcção e suas derivadas, isto é, toda a equação da fórma

$$f(x, y, y', y'', \dots y^{(n)}) = 0$$

tem o nome de *equação differencial d'ordem n*.

O estudo d'estas equações será feito no *Calculo integral*. Aqui limitar-nos-hemos a observar que a funcção

$$F(x, y, c_1, c_2, \dots c_n) = 0,$$

que contém n constantes arbitrarias c_1, c_2, etc., leva a uma equação differencial d'ordem n independente d'estas constantes.

Com effeito, derivando n vezes esta equação obteremos n equações da fórma

$$F_1(x, y, y', c_1, c_2, \dots) = 0$$

$$F_2(x, y, y', y'', c_1, c_2, \dots) = 0$$

. . . .

$$F_n(x, y, y', y'', \dots y^{(n)}, c_1, c_2, \dots) = 0,$$

entre as quaes e a proposta se podem eliminar as n constantes arbitrarias. Chega-se assim a uma equação da fórma

$$f(x, y, y', y'' \dots y^{(n)}) = 0$$

independente das arbitrarias.

Em Geometria esta equação representa uma propriedade commum a todas as curvas representadas pela equação proposta.

Exemplo.—A equação do circulo $x^2 + y^2 = R^2$ dá

$$x + yy' = 0,$$

ou

$$1 + \frac{y}{x} \cdot y' = 0.$$

Como y' é o coefficiente angular da tangente no ponto (x, y) e $\frac{y}{x}$ é o coefficiente angular do raio que passa por este ponto, esta equação exprime que a tangente é perpendicular ao raio que passa pelo ponto de contacto.

IV

Relações entre as funcções e suas derivadas

49. — Para mostrar desde já a importancia na Analyse da noção de derivada vamos demonstrar as proposições importantes seguintes:

Theorema I. — Se a derivada $f'(x)$ *d'uma funcção* $f(x)$ *se conservar finita quando* x *cresce desde* $x = x_0$ *até* $x = X$, *a funcção crescerá em quanto a derivada fôr positiva e decrescerá em quanto a derivada fôr negativa.*

E' o que se deduz da igualdade

$$f(x \pm h) = f(x) \pm h\,(f'(x) + \alpha).$$

Com effeito, por ser α infinitamente pequeno com h, póde sempre dar-se a h um valor tal que a somma $f'(x) + \alpha$ tenha o signal de $f'(x)$. Logo se $f'(x)$ é positivo, teremos, dando a h um valor sufficientemente pequeno,

$$f(x + h) > f(x),\; f(x - h) < f(x),$$

e portanto a funcção $f(x)$ crescerá quando x augmenta.

Se porém $f'(x)$ é negativo, teremos

$$f(x + h) < f(x),\; f(x - h) > f(x),$$

e portanto a funcção $f(x)$ decrescerá quando x augmenta.

Theorema II. — Se a funcção $f(x)$ *tiver uma derivada determinada e finita* $f'(x)$ *em todo o intervallo comprehendido entre* x_0 *e* X, *e se fôr* $f(x_0) = 0$ *e* $f(X) = 0$, *haverá*

***sempre um valor de* x *comprehendido n'este intervallo que annullará* f' (x).**

Esta proposição, conhecida pelo nome de *theorema de Rolle*, demonstra-se do modo seguinte:

Por ser a funcção $f(x)$ continua no intervallo (x_0, X) e nulla nos extremos d'este intervallo, ou será constantemente nulla n'este intervallo, ou augmentará (em valor absoluto) até um valor correspondente a $x = x_1$ para depois diminuir. Em virtude do theorema precedente, no primeiro caso, será constantemente $f'(x) = 0$; no segundo caso, no intervallo de $x_1 - h$ a $x_1 + h$ a funcção não será nem sempre crescente nem sempre decrescente, logo a derivada $f'(x_1)$ não será nem positiva nem negativa, e será portanto nulla.

Theorema III. — ***Se a funcção* f(x) *tiver uma derivada finita e determinada para todos os valores de* x *comprehendidos no intervallo de* x_0 *a* X, *será***

$$f(X) = f(x_0) + (X - x_0) f'(x_1),$$

x_1 ***representando um valor comprehendido entre*** x_0 ***e*** X.

Com effeito, applicando o theorema precedente á funcção

$$\varphi(x) = f(x) - f(x_0) - \frac{x - x_0}{X - x_0}[f(X) - f(x_0)],$$

que se annulla quando se faz $x = x_0$, e quando se faz $x = X$, temos

$$\varphi'(x_1) = f'(x_1) - \frac{f(X) - f(x_0)}{X - x_0} = 0,$$

que dá a formula enunciada.

Por estar x_1 comprehendido entre x_0 e X póde-se pôr $x_1 = x_0 + \theta h$, sendo $h = X - x_0$ e θ uma quantidade positiva comprehendida entre zero e a unidade; e temos

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0 + \theta h).$$

D'este theorema deduzem-se os dous corollarios seguintes:

1.° — ***Se a derivada de uma funcção é nulla n'um certo intervallo, a funcção é constante no mesmo intervallo.***

Com effeito, sendo a e $a + h$ dois valores de x compre-

hendidos no intervallo considerado, por estar $a + \theta h$ comprehendido no intervallo de a a $a + h$, será $f'(a + \theta h) = 0$, e portanto $f(a + h) = f(a)$.

2.º — *Se duas funcções tiverem a mesma derivada, finita e determinada n'um certo intervallo, a sua differença será constante no mesmo intervallo.*

Com effeito, por ser nulla a differença $f'(x) - F'(x)$ das derivadas das duas funcções, será (corollario precedente) constante a funcção correspondente $f(x) - F(x)$.

V

Derivadas das funcções de variaveis imaginarias

50. — Seja $z = x + iy$ uma variavel imaginaria e

$$f(z) = \varphi(x, y) + i\,\psi(x, y)$$

uma funcção d'esta variavel. Mudemos n'esta funcção x em $x + h$ e y em $y + k$ e supponhamos que a razão

$$\frac{f(z + h + ik) - f(z)}{h + ik}$$

tende para um limite $f'(z)$ independente de h e k quando h e k tendem ao mesmo tempo e de qualquer fórma para zero. Este limite chama-se, como no caso das variaveis reaes, *derivada de* $f(z)$.

Derivando $f(z)$ relativamente a x e a y, temos

$$\frac{\partial f(z)}{\partial x} = f'(z), \quad \frac{\partial f(z)}{\partial y} = if'(z),$$

e portanto

$$\frac{\partial f(z)}{\partial y} = i\frac{\partial f(z)}{\partial x},$$

ou

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}+i\frac{\partial\psi}{\partial y}=i\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}+i\frac{\partial\psi}{\partial x}\right],$$

d'onde se tirá

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}=-\frac{\partial\psi}{\partial x},\ \frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{d\psi}{\partial y}.$$

Temos assim duas condições a que devem satisfazer as funcções $\varphi(x, y)$ e $\psi(x, y)$ para que $\varphi(x, y)+i\psi(x, y)$ seja uma funcção de z que tenha derivada.

51. — Procuremos agora as derivadas das funcções de variaveis imaginarias.

E' facil de vêr que tudo o que se disse no n.° 45 a respeito da formação das derivadas das funcções de funcções, das funcções compostas, e das funcções inversas; e no n.° 47 a respeito das funcções implicitas tem ainda logar no caso das funcções de variaveis imaginarias. Estamos pois reduzidos a considerar as funcções simples.

1) E' facil de vêr que a derivada de $a \pm z$ e ± 1, e que a derivada de az é a.

2) A derivada de e^z obtem-se facilmente. Com effeito, por serem x e y variaveis independentes, a funcção

$$u=e^z=e^{x+iy}=e^x(\cos y+i \operatorname{sen} y)$$

dará (n.° 45 — V — *nota*)

$$e^{z+h+ik}-e^z=e^x(\cos y+i\operatorname{sen} y)\,h+e^x(-\operatorname{sen} y+i\cos y)\,k+$$

$$+\alpha h+\alpha_1 k=e^x(\cos y+i\operatorname{sen} y)\,(h+ik)+\alpha h+\alpha_1 k.$$

Logo teremos

$$\lim\frac{e^{z+h+ik}-e^z}{h+ik}=e^x(\cos y+i\operatorname{sen} y)=e^z.$$

Vê-se pois que se obtém a derivada da exponencial, no caso das variaveis imaginarias, pela mesma regra que no caso das variaveis reaes.

3) A derivada da funcção

$$u = (x + iy)^m$$

obtem-se de uma maneira análoga. Temos primeiro

$$(z + h + ik)^m - z^m = mz^{m-1}(h + ik) + \alpha h + \alpha_1 k,$$

d'onde se deduz

$$\lim \frac{(z + h + ik)^m - z^m}{h + ik} = mz^{m-1},$$

como no caso das variaveis reaes.

As outras funcções simples atraz consideradas são ou funcções compostas das precedentes, ou funcções inversas, e portanto todas as regras dadas para formar as suas derivadas, no caso das variaveis reaes, subsistem no caso das variaveis imaginarias.

Nota.—Ás funcções que para valores de z comprehendidos n'uma área dada, são continuas, tem derivada, e não tem pontos criticos chama Cauchy *funcções synecticas* n'essa área. Podemos pois enunciar os seguintes theoremas importantes:

1.°—*A exponencial, o seno e o coseno são funcções synecticas em todo o plano.*

2.°—*O logarithmo de* z *é uma funcção synectica n'uma área qualquer que não comprehende a origem das coordenadas.*

3.°—*A funcção* arc (cos = z) *é synectica em toda a área fechada que não comprehende os pontos* z = ± 1.

4.°—*A funcção tang* z *é synectica em toda a área fechada que não comprehende os pontos* z = $\frac{1}{2}\pi$, $\frac{3}{2}\pi$, $\frac{5}{2}\pi$, etc.

VI

Funcções de muitas variaveis

52. — Passando agora ás funcções de muitas variaveis, consideremos primeiro a funcção

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots)$$

das variaveis independentes x_1, x_2, x_3, etc.

Podemos derivar z relativamente a x_1 considerando x_2, x_3, etc. como constantes, ou relativamente a x_2 considerando x_1, x_3, etc. como constantes, etc. Já vimos que a estas derivadas se dava respectivamente os nomes de *derivada parcial* de z relativamente a x_1, de *derivada parcial* de z relativamente a x_2 etc. Já vimos tambem que se representava por

$$\frac{\partial^n z}{\partial x_1^a \, \partial x_2^b \, \partial x_3^c \ldots}$$

a derivada parcial de ordem n que resulta de derivar z primeiro a vezes relativamente a x_1, depois o resultado b vezes relativamente a x_2, etc.

53. — *Se a funcção* $f(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ *e suas derivadas até á ordem* n *forem finitas e determinadas na visinhança de* x_1, x_2, x_3, *etc., a ordem das* n *derivações que se téem de effectuar para obter esta derivada é arbitraria.*

Para demonstrar esta proposição importante, consideremos primeiro a funcção

$$z = f(x, y)$$

e demonstremos que se esta funcção e as suas derivadas $\frac{\partial z}{\partial x}$,

$\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ forem finitas e determinadas na visinhança do ponto (x, y), será

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

Com effeito, o theorema III do n.º 49 dá

$$f(x, y + k) = f(x, y) + k \frac{\partial f(x, y + \theta_1 k)}{\partial y}$$

$$f(x + h, y) = f(x, y) + h \frac{\partial f(x + \theta h, y)}{\partial x},$$

onde θ e θ_1 representam quantidades positivas comprehendidas entre zero e a unidade.

Mudando na primeira formula x em $x + h$ e attendendo á segunda, vem

$$f(x + h, y + k) = f(x, y) + h \frac{\partial f(x + \theta h, y)}{\partial x}$$

$$+ k \frac{\partial f(x, y + \theta_1 k)}{\partial y} + hk \frac{\partial^2 f(x + \theta_2 h, y + \theta_1 k)}{\partial y \partial x}.$$

Mudando na segunda formula y em $y + k$ e attendendo á primeira, vem

$$f(x + h, y + k) = f(x, y) + k \frac{\partial f(x, y + \theta_1 k)}{\partial y}$$

$$+ h \frac{\partial f(x + \theta h, y)}{\partial x} + hk \frac{\partial^2 f(x + \theta h, y + \theta' k)}{\partial x \partial y}.$$

Igualando estes dois resultados, vem

$$\frac{\partial^2 f(x + \theta_2 h, y + \theta_1 k)}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f(x + \theta h, y + \theta' k)}{\partial x \partial y},$$

e no limite

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y\, \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y}.$$

D'aqui conclue-se o theorema geral enunciado, pois que qualquer mudança na ordem das derivações póde obter-se invertendo successivamente as derivações duas a duas. Por exemplo,

$$\frac{\partial^5 z}{\partial x^2\, \partial y\, \partial x\, \partial y} = \frac{\partial^5 z}{\partial x^2\, \partial y^2\, \partial x} = \frac{\partial^5 z}{\partial x^3\, \partial y^2} = \text{etc.}$$

54. — As derivadas parciaes e as differenciaes parciaes das funcções de muitas variaveis obtêem-se pelas regras dos numeros anteriores.

Assim, por exemplo, as derivadas parciaes da funcção implicita z definida pela equação:

$$f(x, y, z) = 0$$

obtem-se por meio das igualdades:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}\, \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Em geral, se tivermos as n equações com $m + n$ variaveis, das quaes n serão dependentes e m independentes:

$$f_1(x_1, x_2, \ldots x_m, z_1, z_2, \ldots z_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \ldots x_m, z_1, z_2 \ldots z_n) = 0$$

....

$$f_n(x_1, x_2, \ldots x_m, z_1, z_2, \ldots z_n) = 0,$$

podemos achar as derivadas das variaveis dependentes z_1, $z_2, \ldots z_n$ relativamente ás variaveis independentes $x_1, x_2 \ldots x_n$ resolvendo as $m \times n$ equações do primeiro gráo:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial z_n} \cdot \frac{\partial z_n}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} + \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial z_n} \cdot \frac{\partial z_n}{\partial x_2} = 0$$

....

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_n} + \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial x_n} + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial z_n} \cdot \frac{\partial z_n}{\partial x_n} = 0$$

....

Derivando estas equações relativamente a x_1, x_2, etc. obtêem-se outras que dão as derivadas de segunda ordem de z, e assim successivamente.

55. — Toda a relação entre uma funcção e suas derivadas parciaes, isto é, toda a equação da fórma

$$F\left(x_1, x_2, \ldots \frac{\partial z}{\partial x_1}, \frac{\partial z}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}, \ldots \frac{\partial^n z}{\partial x_m^n}\right) = 0$$

tem o nome de *equação ás derivadas parciaes de ordem* n. O estudo d'estas equações será feito no *Calculo integral*. Aqui limitar-nos-hemos a observar que toda a equação:

$$F[x, y, z, \varphi(u)] = 0$$

onde $\varphi(u)$ representa uma funcção arbitraria de u, e u representa uma funcção determinada de x, y e z, leva a uma equação ás derivadas parciaes de primeira ordem independente de φ.

Com effeito, derivando-a relativamente a x e y, temos as equações:

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \varphi(u)} \cdot \varphi'(u)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \varphi(u)} \cdot \varphi'(u)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}\right) = 0,$$

que, pela eliminação de $\varphi(u)$ e $\varphi'(u)$ entre ellas e a proposta, dão uma equação ás derivadas parciaes de primeira ordem independente da funcção arbitraria.

Exemplo 1.º — A equação geral dos cylindros

$$x - az = \varphi(y - bz)$$

dá

$$1 - a\frac{\partial z}{\partial x} = -b\frac{\partial z}{\partial x}\varphi'(y - bz)$$

$$-a\frac{\partial z}{\partial y} = \left(1 - b\frac{\partial z}{\partial y}\right)\varphi'(y - bz),$$

e portanto temos a operação ás derivadas parciaes das superficies cylindricas

$$a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} = 1,$$

que deve representar uma propriedade commum a todos os cylindros. Adiante veremos esta propriedade.

Exemplo 2.º — A equação geral das superficies de revolução

$$z = \varphi(x^2 + y^2)$$

dá do mesmo modo

$$\frac{\partial z}{\partial x}y - \frac{\partial z}{\partial y}x = 0.$$

Exemplo 3.º — A equação geral das superficies conicas

$$\frac{x-a}{z-c} = \varphi\left(\frac{y-b}{z-c}\right)$$

dá do mesmo modo

$$(x-a)\frac{\partial z}{\partial x} + (y-b)\frac{\partial z}{\partial y} = z - c.$$

56. — Do mesmo modo uma equação da fórma:

$$V = F[x, y, z, \varphi(u_1), \psi(u_2)] = 0,$$

onde $\varphi(u_1)$ e $\psi(u_2)$ representam funcções arbitrarias de u_1 e u_2, e onde u_1 e u_2 representam funcções determinadas de x, y e z, leva em certos casos a uma equação ás derivadas parciaes de segunda ordem independente de φ e ψ.

Com effeito, formando as derivadas de primeira e de segunda ordem relativamente a x e a y d'esta equação, obtêem-se as cinco equações:

$$\frac{\partial V}{\partial x}=0\,,\ \frac{\partial V}{\partial y}=0\,,\ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}=0\,,\ \frac{\partial^2 V}{\partial x\,\partial y}=0\,,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=0.$$

Se entre estas equações e a proposta eliminarmos as funcções arbitrarias φ, ψ, φ', ψ', φ'', ψ'' não chegaremos, em geral, a uma equação independente d'estas funcções; mas ha casos particulares importantes em que acontece o contrario e se obtém uma equação ás derivadas parciaes de segunda ordem independente d'ellas.

Por exemplo, a equação

$$z=\varphi\,(x+ay)+\psi\,(x-ay)$$

dá

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\varphi'\,(x+ay)+\psi'\,(x-ay)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=a\,\varphi'\,(x+ay)-a\,\psi'\,(x-ay)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\varphi''\,(x+ay)+\psi''\,(x-ay)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=a\,\varphi''\,(x+ay)-a\,\psi''\,(x-ay)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=a^2\,\varphi''\,(x+ay)+a^2\,\psi''\,(x-ay);$$

logo virá a equação ás derivadas parciaes de segunda ordem

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=a^2\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\,.$$

57. — A noção de differencial póde ser estendido ao caso de uma funcção de muitas variaveis independentes.

No caso de duas variaveis independentes, isto é, no caso de ser $z = f(x, y)$, teremos (n.º 45 — V)

$$f(x + h, y + k) - f(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} h + \frac{\partial z}{\partial y} k + \alpha h + \alpha_1 k$$

onde α e α_1 são quantidades infinitamente pequenas com h e k.

A somma das duas primeiras parcellas é a parte principal d'esta differença quando h e k são sufficientemente pequenas, e tem o nome de *differencial total de z*. Representando-a por dz e representando h e k por dx e dy vem pois a igualdade

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

que define dz.

Do mesmo modo, no caso de muitas variaveis independentes x_1, x_2, x_3, etc., a igualdade

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial z}{dx_2} dx_2 + \ldots + \frac{dz}{dx_n} dx_n$$

define a *differencial total* da funcção

$$z = f(x_1, x_2, \ldots x_n).$$

Exemplo. — As derivadas parciaes relativamente a x e a y de uma funcção z definida pela equação

$$e^{2z + y} - \text{sen}\,(z + x) = 0$$

são dadas pelas equações

$$2e^{2z+y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - \cos\,(z + x)\left(\frac{\partial z}{\partial x} + 1\right) = 0$$

$$e^{2z+y}\left(2\frac{\partial z}{\partial y} + 1\right) - \cos\,(z + x) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$$

e a differencial total pela igualdade

$$dz = \frac{\cos\,(z + x)}{2e^{2z+y} - \cos\,(z + x)} dx - \frac{e^{2z+y}}{2e^{2z+y} - \cos\,(z+x)} dy.$$

VII

Derivadas dos determinantes. Determinantes funccionaes

58. — Procuremos agora a derivada do determinante

$$f(x) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix}$$

onde u_1, u_2, v_1, v_2 são funcções de x.

Mudando x em $x + h$ e chamando k_1, k_2, l_1, l_2 os augmentos correspondentes de u_1, u_2, v_1, v_2, vem

$$f(x + h) = \begin{vmatrix} u_1 + k_1 & u_2 + k_2 \\ v_1 + l_1 & v_2 + l_2 \end{vmatrix},$$

ou, em virtude d'um theorema bem conhecido,

$$f(x+h) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u_1 & k_2 \\ v_1 & l_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_1 & u_2 \\ l_1 & v_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_1 & k_2 \\ l_1 & l_2 \end{vmatrix}.$$

Temos pois

$$f'(x) = \lim \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \begin{vmatrix} u_1 & u'_2 \\ v_1 & v'_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u'_1 & u_2 \\ v'_1 & v_2 \end{vmatrix}.$$

O raciocinio precedente applica-se evidentemente a um determinante com qualquer numero de columnas, e vê-se que *a derivada d'um determinante é igual á somma dos determinantes que se obtéem substituindo cada columna do determinante proposto por outra formada das derivadas dos termos d'aquella.*

59. — Consideremos as funcções

$$(1)\quad \begin{cases} y_1 = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ y_2 = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,. \end{cases}$$

Com as derivadas d'estas funcções forma-se o determinante:

$$(2)\quad \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \ldots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \ldots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

que se representa tambem por

$$\frac{\partial (f_1, f_2, \ldots f_n)}{\partial (x_1, x_2, \ldots x_n)},$$

e que se chama *determinante funccional* ou *jacobiano*. Este determinante, estudado pela primeira vez por Jacobi, tem propriedades muito importantes, para o estudo das quaes se póde recorrer á memoria intitulada — *De determinantibus functionalibus* (*) do eminente geometra. Aqui limitar-nos-hemos a expôr as duas seguintes:

I — Se as equações (1) determinarem as quantidades x_1, x_2, ... x_n quando as quantidades y_1, y_2, ... y_n forem dadas, diz-se que as equações (1) são *distinctas* e que as funcções f_1, f_2, ... f_n são *independentes*. Por meio dos jacobianos d'estas funcções pode-se reconhecer se as equações (1) são ou não distinctas, como vamos vêr.

Theorema. — *Se as* n — 1 *primeiras equações do systema* (1) *são distinctas, é condição necessaria e sufficiente para que a ultima não seja distincta das precedentes que o determinante* (2) *seja identicamente nullo.*

Com effeito, se as equações (1) são todas distinctas, isto é, se determinam x_1, x_2, ... x_n, as equações:

(*) *Jacobi.* — Gesammelte Werke — tom. III.

$$(3)\qquad \begin{cases} dy_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} dx_1 + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} dx_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ dy_n = \frac{\partial f_n}{\partial x_1} dx_1 + \ldots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n} dx_n \end{cases}$$

devem determinar as differenciaes d'estas variaveis. Logo, em virtude d'um theorema bem conhecido da theoria das equações lineares, o determinante do systema d'equações (3), que coincide com o determinante (2), não póde ser nullo. Logo se este determinante fôr nullo, podemos concluir que as equações (1) não são distinctas.

Demonstremos agora a preposição reciproca, isto é, que se uma das equações (1) não é distincta das outras, o determinante (2) é nullo.

Com effeito, suppondo que as $n - 1$ primeiras equações (1) são distinctas e que a ultima não é distincta das anteriores, podemos das primeiras tirar os valores de $x_1, x_2, \ldots x_{n-1}$ em funcção de $y_1, y_2, \ldots y_{n-1}$, e substituir na ultima; o que leva a uma equação da fórma

$$\varphi(y_1, y_2, \ldots y_{n-1}, y_n) = 0,$$

que não contém x_n, visto que, se o contivesse, x_n ficaria determinado, e as eqnações (1) seriam todas distinctas.

Derivando esta equação relativamente a x_1, x_2 etc., vem

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi}{\partial y_n} \cdot \frac{\partial y_n}{\partial x_1} = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_n} + \ldots + \frac{\partial \varphi}{\partial y_n} \cdot \frac{\partial y_n}{\partial x_n} = 0.$$

Temos assim n equações lineares homogeneas relativamente a $\frac{\partial \varphi}{\partial y_1}, \ldots \frac{\partial \varphi}{\partial y_n}$; e como estas derivadas não podem ser todas nullas ao mesmo tempo, estas equações não podem subsistir sem que seja nullo o seu determinante, que coincide com o determinante (2).

Está pois demonstrado que se uma das equações (1) não fôr distincta das outras, é nullo o jacobiano (2).

Nota 1.ª — A proposição do corollario 1.º do theorema III do do n.º 49 é um caso particular da precedente. Com effeito, se o systema (1) se reduz á equação unica $y_1 = f_1(x_1)$, o determinante (2) reduz-se a $\frac{\partial f_1}{\partial x_1}$. Logo $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 0$ é a condição necessaria e sufficiente para que a equação $y_1 = f_1(x_1)$ não determine x_1, isto é, para que $f_1(x_1)$ seja constante.

Nota 2.ª — Por meio de applicações successivas do theorema precedente podemos reconhecer quantas equações do systema (1) são distinctas.

Com effeito, se as i primeiras equações d'este systema forem distinctas e determinarem x_1, x_1, ... x_i, serão condições necessarias e sufficientes para que uma qualquer das outras $y_k = f_k(x_1, x_2, \ldots x_n)$ seja distincta das precedentes relativamente ás incognitas $x_{i+1}, \ldots x_n$, que sejam identicamente nullos os determinantes

$$\frac{\partial(f_1, \ldots f_i, f_k)}{\partial(x_1, \ldots x_i, x_{i+1})}, \frac{\partial(f_i, \ldots f_i . f_k)}{\partial(x_1, \ldots x_i, x_{i+2})}, \ldots \frac{\partial(f_1, \ldots f_i, f_k)}{\partial(x_1, \ldots x_i, x_n)},$$

onde k deve ter os valores $i+1$, $i+2$, ... n.

II — *Se nas funcções* f_1, f_2, ... f_n *substituirmos as variaveis* x_1, x_2, ... x_n *por outras* θ_1, θ_2, ... θ_n *ligadas com as primeiras por equações dadas, o jacobiano das novas funcções estará ligado com o jacobiano* (2) *pela relação:*

$$(4) \qquad \frac{\partial(f_1, \ldots f_n)}{\partial(x_1, \ldots x_n)} = \frac{\partial(\theta_1, \ldots \theta_n)}{\partial(x_1, \ldots x_n)} \cdot \frac{\partial(f_1, \ldots f_n)}{\partial(\theta_1, \ldots \theta_n)}.$$

Para demonstrar este theorema basta substituir no determinante (2) as derivadas que lá entram pelos seus valores tirados das equações que se formam dando a k e a i os valores 1, 2, ... n na equação

$$\frac{\partial f_k}{\partial x_i} = \frac{\partial f_k}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial x_i} + \ldots + \frac{\partial f_k}{\partial \theta_n} \cdot \frac{\partial \theta_n}{\partial x_i},$$

e applicar depois o theorema da multiplicação dos determinantes.

Nota. — Se tivermos uma funcção unica e uma variavel, a formula (4) dá

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1},$$

isto é, o theorema IV do n.° 45. Em geral, a cada theorema relativo ás derivadas d'uma funcção corresponde outro relativo aos jacobianos d'um systema de funcções, que contém o primeiro como caso particular; mas este e o precedente são os mais importantes.

III — Se no theorema precedente as equações que ligam as novas variaveis ás antigas são as equações lineares:

$$(5)\qquad \begin{cases} \theta_1 = a_1^{(1)} x_1 + \dots + a_n^{(1)} x_n \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \theta_n = a_1^{(n)} x_1 + \dots + a_n^{(n)} x_n, \end{cases}$$

virá

$$(6)\qquad \frac{\partial (f_1, \dots f_n)}{\partial (x_1, \dots x_n)} = M \frac{\partial (f_1, \dots f_n)}{\partial (\theta_1, \dots \theta_n)},$$

pondo

$$M = \begin{vmatrix} a_1^{(1)} & \dots & a_n^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_1^{(n)} & \dots & a_n^{(n)} \end{vmatrix}.$$

Se depois da substituição precedente as funcções f_1, f_2, ..., f_n conservarem a mesma fórma, de modo que, sendo

$$f_i (x_1, \dots x_n, a, b, \dots)$$

uma qualquer d'estas funcções, a transformada diffira d'ella na mudança das variaveis $x_1, \dots x_n$ em $\theta_1, \dots \theta_n$ e das cons-

tantes a, b, etc. em A, B, etc.; o determinante (2) será da fórma $\varphi(x_1, \ldots x_n, a, b, \ldots)$ e a igualdade (6) dará

$$(7) \quad \varphi(x_1, \ldots x_n, a, b, \ldots) = M\,\varphi(\theta_1, \ldots \theta_n, A, B, \ldots).$$

E' o que acontece quando as funcções $f_1, f_2, \ldots f_n$ são inteiras e homogeneas relativamente a $x_1, \ldots, x_n$, e porisso n'este caso o determinante (2) é um *covariante* do systema (1), como já se sabia pela Algebra.

60. — Se as funcções $f_1, \ldots, f_n$ forem as derivadas parciaes $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots \frac{\partial f}{\partial x_n}$ de uma funcção $f(x_1, \ldots x_n)$, o determinante (2) reduz-se ao determinante:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix}$$

que se chama *hesseano*, do nome do celebre geometra O. Hesse que primeiro o considerou.

A respeito d'este determinante limitar-nos-hemos aqui a estudar a influencia sobre elle da transformação linear da funcção f.

Por ser f funcção de $x_1, \ldots, x_n$ e de $\theta_1, \ldots, \theta_n$ e em virtude das formulas (5), temos

$$f_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = a_1^{(1)} \frac{\partial f}{\partial \theta_1} + \ldots + a_1^{(n)} \frac{\partial f}{\partial \theta_n}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$f_n = \frac{\partial f}{\partial x_n} = a_n^{(1)} \frac{\partial f}{\partial \theta_1} + \ldots + a_n^{(n)} \frac{\partial f}{\partial \theta_n}.$$

Substituindo estes valores no determinante

$$\frac{\partial(f_1, \ldots f_n)}{\partial(\theta_1, \ldots \theta_n)}$$

e attendendo ao theorema da multiplicação dos determinantes, vem

$$\frac{\partial (f_1, \ldots f_n)}{\partial (\theta_1, \ldots \theta_n)} = M \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_n^2} \end{vmatrix}.$$

Logo a formula (6) dá

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix} = M^2 \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_n^2} \end{vmatrix}.$$

D'esta formula tira-se as mesmas conclusões que da formula (6).

VIII

Derivada de limites de sommas. Derivada de um arco de curva

61. — **I** — Seja $f(x)$ uma funcção continua entre x_0 e x, e consideremos a somma

$$S = h_1 f(x_1) + h_2 f(x_2) + \ldots + h_n f(x)$$

ou

$$S = \Sigma h_i f(x_i),$$

onde h_1, h_2, etc. representam n partes em que se devide o

intervallo comprehendido entre x_0 e x do modo que é

$$h_1 + h_2 + \dots + h_n = x - x_0 ;$$

e onde é

$$x_1 = x_0 + h_1,\ x_2 = x_1 + h_2,\ \dots,\ x = x_{n-1} + h_n .$$

Mostremos primeiro que esta somma tende para um limite quando h_i tende para zero, isto é, quando augmenta indefinidamente o numero n de partes em que se devide o intervallo considerado.

Suppondo primeiro a funcção $f(x)$ positiva e sempre crescente no intervallo considerado, e decompondo o intervallo $h_i = x_i - x_{i-1}$ em m partes iguaes a h'_i, h''_i, etc., de modo que seja

$$h' + h''_i + \dots = x_i - x_{i-1},$$

vem

$$f(x_{i-1}) < f(x_{i-1} + h'_i) < f(x_{i-1} + h'_i + h''_i) < \dots < f(x_i),$$

e portanto

$$h_i f(x_i) = h'_i f(x_i) + h''_i f(x_i) + \dots$$

$$> h'_i f(x_{i-1} + h'_i) + h''_i f(x_{i-1} + h'_i + h''_i) + \dots$$

O primeiro membro da desigualdade precedente representando uma qualquer das parcellas de S, e o segundo membro sendo a somma das que a substituem quando se devide o intervallo $x_i - x_{i-1}$ em m partes, podemos concluir que a somma S diminue á medida que n augmenta. Por outra parte, o seu valor é maior do que

$$f(x_0)(h_1 + h_2 + \dots) = (x - x_0) f(x_0) ;$$

logo tende para um limite.

Do mesmo modo se demonstra que, se $f(x)$ fôr decrescente, S augmenta e tende para um limite determinado.

Se a funcção $f(x)$ crescer até $x = a$ e diminuir em seguida, e a estiver comprehendido no intervallo entre x_{i-1} e $x_{i-1} + h_i$, as sommas parciaes

$$S_1 = h_1 f(x_1) + \ldots + h_{i-1} f(x_{i-1})$$

$$S_2 = h_{i+1} f(x_{i+1}) + \ldots + h_n f(x)$$

tenderão para limites, e como $h_i f(x_i)$ tende para zero, S tenderá para o limite de $S_1 + S_2$.

Se a funcção mudar de signal no ponto a, e a estiver comprehendido entre x_{i-1} e x_i as sommas parciaes S_1 e S_2 tenderão para limites de signaes contrarios, e como $h_i f(x_i)$ tende para zero, S tenderá para um limite.

O mesmo acontece se entre x_0 e x ha muitos pontos, em numero finito, em que a funcção passa de crescente a decrescente, ou muda de signal.

De tudo o que precede podemos pois concluir o seguinte theorema importante.

Se a funcção f(x) *fôr continua no intervallo de* x_0 *a* x, *a somma*

$$h_1 f(x_1) + h_2 f(x_2) + \ldots + h_n f(x)$$

tenderá para um limite á medida que as quantidades h_1, h_2, *etc. tendem para zero.*

II — Procuremos agora a derivada do limite da somma S relativamente a x.

Se mudarmos em S x em $x + h$ e chamarmos k o augmento correspondente do limite de S, temos

$$k = \lim\left[h_{n+1} f(x_{n+1}) + \ldots + h_{n+i} f(x+h)\right],$$

onde é

$$h = h_{n+1} + h_{n+2} + \ldots + h_{n+i}\,.$$

Por ser a funcção $f(x)$ continua no ponto x podemos dar a h um valor tão pequeno que, no intervallo de x a $x + h$, as funcções $f(x_{n+1})$, $f(x_{n+2})$, etc. tenham o mesmo signal que $f(x)$ e fiquem comprehendidas entre $f(x) + \alpha$ e $f(x) - \alpha$, por mais pequeno que seja α. Logo a somma k ficará comprehendida entre $h\,(f(x) + \alpha)$ e $h\,(f(x) - \alpha)$, e a razão $\frac{k}{h}$ ficará comprehendida entre $f(x) + \alpha$ e $f(x) - \alpha$, o que dá

$$(\lim S)' = \lim \frac{k}{h} = f(x)\,.$$

Logo *se a funcção* f(x) *fôr continua entre* x_0 *e* x *a derivada de limite de* S *n'este intervallo será* f(x).

III — D'este theorema deduz-se immediatamente que o limite de S tem um valor unico, qualquer que seja o numero de partes em que se divida o intervallo $x - x_0$, e qualquer que seja o modo como estas partes tendam para zero. Com effeito, se, para outro modo de divisão, fôr

$$S_1 = h'_1 f(x'_1) + h'_2 f(x'_2) + \ldots + h'_p f(x),$$

onde h'_1, h'_2, etc. representam as partes em que se divide $x - x_0$, de modo que é

$$h'_1 + h'_2 + \ldots = x - x_0,$$

temos (n.º 49 — III — 2.º)

$$\lim S = \lim S_1 + constante;$$

e como os limites de S e S_1 devem annullar-se quando se faz $x = x_0$, vem

$$\lim S = \lim S_1.$$

Temos pois o seguinte theorema:

Se a funcção f(x) *fôr continua entre* x_0 *e* x, *a somma* S *não póde tender para mais do que um limite, qualquer que seja a grandeza das partes* h_1, h_2, *etc., e qualquer que seja o modo como ellas tendam para zero.*

Appliquemos estes principios ás curvas.

62. — *Derivada d'um arco de curva.* — **I** — Dá-se o nome de *cumprimento de um arco de curva* ao limite para que tende o perimetro de um polygono inscripto n'este arco á medida que se augmenta indefinidamente o numero dos seus lados.

Para justificar esta definição é necessario demonstrar que este limite existe e que tem um valor unico qualquer que seja a lei d'inscripção dos polygonos.

Consideremos um arco da curva cujas equações são $y = f(x)$ e $z = F(x)$, comprehendido entre o ponto arbitrario (x_0, y_0, z_0) e o ponto variavel (x, y, z). Inscrevamos n'este arco um polygono qualquer e sejam (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), etc. os seus vertices. O perimetro P do polygono será dado pela formula

$$P = \Sigma \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}$$

onde a somma se refere a todos os lados de polygono; ou

$$P = \Sigma\, h_i \sqrt{1 + \left(\frac{k_i}{h_i}\right)^2 + \left(\frac{l_i}{h_i}\right)^2},$$

pondo

$$x_{i+1} - x_i = h_i,\ y_{i+1} - y_i = k_i,\ z_{i+1} - z_i = l_i\,.$$

Se augmentarmos indefinidamente o numero de lados do polygono, h_i tenderá para zero, e teremos

$$\lim \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{k_i}{h_i}\right)^2 + \left(\frac{l_i}{h_i}\right)^2}}{\sqrt{1 + [f'(x^i)]^2 + [F'(x_i)]^2}} = 1\,,$$

d'onde se conclue (n.° 42 — 2.°)

$$\lim P = \lim \Sigma h_i \sqrt{1 + [f'(x_i)]^2 + [F'(x_i)]^2}.$$

Esta formula mostra, em virtude dos theoremas do n.° precedente, que o limite de P existe; que é unico e determinado qualquer que seja o modo como as quantidades h_i tendam para zero (no caso de as funcções $f'(x)$ e $F'(x)$ serem continuas em todo o arco considerado); e finalmente que a derivada d'este limite, que representaremos por s, é dada pela formula

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2},$$

donde se deduz a differencial

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Se houver pontos em que alguma das funcções $f'(x)$ ou $F'(x)$ seja descontinua, decompor-se-ha o arco considerado n'outros cujos cumprimentos se avaliam separadamente.

II — Se a curva fôr plana, a equação precedente dará

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Se quizermos o valor de ds expresso em coordenadas polares, faremos a transformação da formula precedente por meio das formulas

$$x = \rho \cos\theta,\ dx = d\rho \cos\theta - \rho \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

$$y = \rho \operatorname{sen}\theta,\ dy = d\rho \operatorname{sen}\theta + \rho \cos\theta\, d\theta;$$

e acharemos

$$ds = \sqrt{d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2}.$$

IX

Mudança das variaveis

63. — O problema que vamos resolver é o seguinte:

Dada uma expressão analytica ou uma equação, em que entrem variaveis independentes, variaveis dependentes e derivadas d'estas, achar a sua transformada, quando se substitue todas ou algumas das variaveis por outras ligadas com as primeiras por equações dadas.

Esta transformação tem muita importancia em Geometria quando, tendo um resultado expresso em um systema de coordenadas, se quer exprimil-o n'outro systema. Em Analyse tem tambem uma importancia grande, como iremos vendo.

64. — Consideremos primeiro expressões em que entrem duas variaveis, uma dependente e outra independente:

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots\right),$$

e resolvamos os dous problemas seguintes:

1.º — *Substituir a variavel independente* x *por outra* θ *ligada com* x *pela relação* $\varphi(x, \theta) = 0$.

Chamando x', x'' etc., y', y'', etc. as derivadas de x e de y relativamente a θ, teremos (n.º 45 — IV)

$$y' = \frac{dy}{dx} \cdot x'$$

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} \cdot x'^2 + \frac{dy}{dx} \cdot x''$$

$$y''' = \frac{d^3y}{dx^3} \cdot x'^3 + 3\frac{d^2y}{dx^2} x' x'' + \frac{dy}{dx} x'''$$

. . . .

e portanto

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{y'}{x'} \\ \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{x' y'' - y' x''}{x'^3} \\ \frac{d^3y}{dx^3} &= \frac{x'^2 y''' - x' y' x''' - 3 x' x'' y'' + 3 y' x''^2}{x'^5} \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{aligned} \right.$$

onde se deve substituir as derivadas de x pelos seus valores tirados da equação $\varphi(x, \theta) = 0$.

Substituindo depois os valores resultantes de $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, etc. na expressão proposta resolve-se o problema enunciado.

Exemplo. — Substituindo na expressão:

$$F\left(x, \sqrt{x^2 + bx + c}, \frac{dy}{dx}\right),$$

onde F representa uma funcção racional de x, $\sqrt{x^2 + bx + c}$ e $\frac{dy}{dx}$, a variavel x por outra θ ligada com x pela equação

$$\sqrt{x^2+bx+c}=x-\theta$$

que dá

$$x=\frac{\theta^2-c}{b+2\theta}, \qquad x'=\frac{2(\theta^2+b\theta+c)}{(b+2\theta)^2},$$

vem uma expressão da fórma:

$$f\left(\theta, \frac{dy}{d\theta}\right)$$

onde f representa uma funcção racional de θ e $\frac{dy}{d\theta}$. Temos assim um exemplo da transformação d'uma funcção irracional n'outra racional.

2.º — *Substituir as variaveis* x *e* y *por outras* ρ *e* θ *ligadas com* x *e* y *pelas equações*

$$\varphi(x, y, \theta, \rho)=0, \ \psi(x, y, \theta, \rho)=0,$$

sendo θ *a nova variavel independente.*

Para resolver este problema basta derivar as formulas precedentes relativamente a θ, considerando x, y, ρ como funcções d'esta variavel, o que dá

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}x'+\frac{\partial\varphi}{\partial y}y'+\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\cdot\frac{d\rho}{d\theta}+\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}=0$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}x'+\frac{\partial\psi}{\partial y}y'+\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\cdot\frac{d\rho}{d\theta}+\frac{\partial\psi}{\partial\theta}=0$$

etc.;

e em seguida substituir nas formulas (1) os valores de x', y', x'', y'', etc. tirados das equações precedentes. Obtêem-se assim as derivadas $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, etc. que se devem substituir na expressão que se quer transformar.

Exemplo. — Transformar a expressão

$$R = \frac{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}},$$

sendo

$$x = \rho \cos \theta, \; y = \rho \operatorname{sen} \theta$$

as equações que ligam as novas variaveis ás antigas.

Temos

$$x' = \frac{d\rho}{d\theta} \cos \theta - \rho \operatorname{sen} \theta$$

$$y' = \frac{d\rho}{d\theta} \operatorname{sen} \theta + \rho \cos \theta$$

$$x'' = \frac{d^2\rho}{d\theta^2} \cos \theta - 2 \frac{d\rho}{d\theta} \operatorname{sen} \theta - \rho \cos \theta$$

$$y'' = \frac{d^2\rho}{d\theta^2} \operatorname{sen} \theta + 2 \frac{d\rho}{d\theta} \cos \theta - \rho \operatorname{sen} \theta.$$

Substituindo estas derivadas na formula

$$R = \frac{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{x' y'' - y' x''},$$

que resulta de substituir na expressão dada $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{d^2y}{dx^2}$ pelos seus valores tirados das formulas (1), vem

$$R = \frac{\left(\rho^2 + \frac{d\rho^2}{d\theta^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\rho^2 - \rho \frac{d^2\rho}{d\theta^2} + 2 \frac{d\rho^2}{d\theta^2}}.$$

65. — Consideremos agora a respeito da funcção de duas variaveis independentes x e y:

$$F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \ldots\right)$$

as duas questões seguintes:

1.° — *Substituir as variaveis independentes* x *e* y *por outras* θ_1 *e* θ_2 *ligadas com* x *e* y *pelas equações*

$$\varphi(x, y, \theta_1, \theta_2) = 0, \ \psi(x, y, \theta_1, \theta_2) = 0.$$

Por ser z funcção de x e y, e por x e y serem funcções de θ_1 e θ_2, temos

$$\frac{\partial z}{\partial \theta_1} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta_1} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta_1}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \theta_2} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta_2} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta_2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial \theta_1^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\left(\frac{\partial x}{\partial \theta_1}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta_1} + \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial \theta_1^2}$$

$$+ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\left(\frac{\partial y}{\partial \theta_1}\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial \theta_1^2},$$

etc.

Substituindo n'estas equações as derivadas $\frac{\partial x}{\partial \theta_1}$, $\frac{\partial x}{\partial \theta_2}$, $\frac{\partial y}{\partial \theta_1}$, $\frac{\partial y}{\partial \theta_2}$, $\frac{\partial^2 x}{\partial \theta_1^2}$, etc. pelos seus valores tirados das equações que resultam de derivar $\varphi = 0$ e $\psi = 0$ relativamente a θ_1 e θ_2; e resolvendo-as depois relativamente a $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, etc., temos as derivadas que se devem substituir na expressão que se quer transformar.

2.° — *Substituir as variaveis* x, y, z *por outras* θ_1, θ^2, ρ *ligadas com as primeiras pelas equações*:

$$\varphi(x, y, z, \theta_1, \theta_2, \rho) = 0, \ \psi(x, y, z, \theta_1, \theta_2, \rho) = 0,$$

$$\omega(x, y, z, \theta_1, \theta_2, \rho) = 0.$$

Resolve-se este problema por meio das formulas anteriores substituindo n'ellas $\frac{\partial z}{\partial \theta_1}$, $\frac{\partial x}{\partial \theta_1}$, $\frac{\partial y}{\partial \theta_1}$, $\frac{\partial z}{\partial \theta_2}$, etc. pelos seus valores tirados das equações $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $\omega = 0$.

Exemplo. — Transformar a funcção

$$F\left(x, \sqrt{a+x}, \frac{y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y}}{y}\right),$$

suppondo as novas variaveis ligadas com as antigas pelas equações

$$x^2 + y^2 = \theta_1, \; a + x = \theta_2^2.$$

Derivando estas equações relativamente a θ_1 e θ_2, vem

$$2x\frac{\partial x}{\partial \theta_1} + 2y\frac{\partial y}{\partial \theta_1} = 1,\; x\frac{\partial x}{\partial \theta_2} + y\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = 0,\; \frac{\partial x}{\partial \theta_1} = 0,\; \frac{\partial x}{\partial \theta_2} = 2\theta_2;$$

o que dá

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_1} = 0,\; \frac{\partial x}{\partial \theta_2} = 2\theta_2,\; \frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{1}{2y},\; \frac{\partial y}{\partial \theta_2} = -\frac{2x\,\theta_2}{y}.$$

Temos pois

$$\frac{\partial z}{\partial \theta_1} = \frac{1}{2y}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \theta_2} = 2\theta_2\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{2x\,\theta_2}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}.$$

Substituindo na expressão proposta os valores de $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ tirados d'estas equações, vem uma expressão da fórma

$$f\left(\theta_2, \frac{\partial z}{\partial \theta_2}\right)$$

em que só entra uma derivada e em que não entra radical.

CAPITULO III

APPLICAÇÕES GEOMETRICAS DOS PRINCIPIOS PRECEDENTES

I

Curvas planas

66. — *Tangentes e normaes.* — **I** — Seja dada uma curva cuja equação em coordenadas rectangulares é

$$f(x, y) = 0 .$$

A *tangente* a esta curva no ponto (x, y) sendo uma recta que passa pelo ponto (x, y) e cujo coefficiente angular $tang\,\theta$ é (n.° 41 — I) igual a $\frac{dy}{dx}$, a sua equação será (chamando X e Y as coordenadas correntes da recta)

$$Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x) , \tag{1}$$

onde se deve substituir $\frac{dy}{dx}$ pelo seu valor tirado da equação da curva.

II — A equação da recta perpendicular a esta, isto é, a equação da *normal á curva* no ponto (x, y) é

$$X - x = - \frac{dy}{dx}(Y - y) .$$

A respeito da normal resolveremos aqui o problema seguinte:

Determinar o limite para que tende a intersecção das normaes á curva nos pontos (x, y) *e* (x + h, y + k) *quando o segundo ponto tende para o primeiro.*

As equações das duas normaes são

$$X - x = -f'(x)(Y - y)$$

$$X - x - h = -f'(x + h)(Y - y - k),$$

e a segunda dá, attendendo á primeira e ao que se disse no n.º 49 — III,

$$-h = -hf''(x + \theta h)(Y - y) + kf'(x) + k\,hf''(x + \theta h),$$

suppondo as funcções $f'(x)$ e $f''(x)$ finitas na visinhança de x.

Vem portanto no limite as formulas

$$(2) \qquad Y - y = \frac{1 + y'^2}{y''},\ X - x = -y' \cdot \frac{1 + y'^2}{y''}$$

que dão o ponto (X, Y) pedido.

III — Dá-se respectivamente os nomes de *subtangente, subnormal, tangente definida* e *normal definida* aos cumprimentos (*) TP, PN, TM e NM determinados pela tangente e pela normal. A resolução dos triangulos MTP e MNP dá os cumprimentos d'estas linhas:

$$\text{subtangente} = \frac{y}{\text{tang}\,\theta} = y\frac{dx}{dy}$$

$$\text{subnormal} = y\,\text{tang}\,\theta = y\frac{dy}{dx}$$

$$\text{tangente} = \sqrt{y^2 + TP^2} = y\sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}$$

$$\text{normal} = \sqrt{y^2 + NP^2} = y\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

(*) Serve a figura do n.º 41 tirando a normal MN que corta o eixo das abscissas no ponto N.

IV — Passemos a resolver alguns problemas relativos ás tangentes.

Problema 1.º — Achar a curva cujas subnormaes são em cada ponto iguaes á abscissa do mesmo ponto.

Temos

$$y\frac{dy}{dx} = x,$$

e portanto

$$2y\frac{dy}{dx} = 2x.$$

O primeiro membro é a derivada de y^2 e o segundo de x^2, logo teremos (n.º 49 — III — 2.º)

$$y^2 = x^2 + C,$$

onde C representa uma constante arbitraria.

Ao problema satisfazem pois todas as hyperboles representadas pela equação precedente.

Problema II — Achar a curva em que a subtangente é em todos os pontos igual á abscissa com signal contrario.

A equação que traduz o problema é

$$y\frac{dx}{dy} = -x$$

ou

$$\frac{y'}{y} = -\frac{1}{x}.$$

Os dois membros d'esta igualdade são respectivamente as derivadas de $\log x$ e de $\log y$, logo temos (n.º 49 — III — 2.º)

$$\log y = -\log x + \log C$$

ou

$$yx = C.$$

Logo todas as hyperboles cujas asymptotas são os eixos coordenados satisfazem ao problema.

67.—*Concavidade e convexidade.*—**I**—Consideremos um arco de curva e pelo ponto (x, y) d'este arco tiremos a normal, que se estende indefinidamente em duas direcções oppostas. Se as normaes nos outros pontos do arco visinhos de (x, y), cortarem todas a primeira normal em pontos situados n'uma mesma d'estas direcções, diz-se que o arco considerado tem, na visinhança do ponto (x, y), a sua *concavidade* voltada no sentido d'esta direcção da normal e a *convexidade* voltada no sentido opposto.

O sentido da concavidade determina-se pois pela posição do ponto (X, Y) dado pelas formulas (2), visto que estas formulas dão o ponto para que tende a intersecção das normaes nos pontos infinitamente proximos de (x, y) quando estes pontos tendem para (x, y).

II—Diz-se que um arco tem, na visinhança do ponto (x, y), a sua concavidade voltada no sentido d'uma direcção qualquer dada, quando esta direcção fórma um angulo agudo com a direcção da normal para onde está voltada a concavidade.

Se a direcção dada é a das ordenadas positivas, para que esta direcção forme um angulo agudo com a direcção da normal que contém o ponto (X, Y), deve este ponto estar evidentemente acima d'uma parallela ao eixo das abscissas tirada pelo ponto (x, y). A formula (2) mostra que isto tem logar todas as vezes que y'' é positivo, pois que:

1.º — Se y é positivo a formula dá $Y > y$;

2.º — Se y é negativo, a formula dá para Y ou um valor positivo, ou um valor negativo menor do que y (valor absoluto).

Demonstra-se do mesmo modo que a concavidade estará voltada para os y negativos quando y'' é negativo.

Podemos pois enunciar o theorema seguinte:

A curva volta a sua concavidade no sentido das ordenadas positivas ou das negativas, na visinhança d'um ponto dado, segundo a derivada y'' *é positiva ou negativa n'este ponto.*

III—Se os pontos d'intersecção da normal á curva no ponto (x, y) com as normaes infinitamente proximas tendem para dous limites collocados um em cada direcção d'aquella normal, o ponto (x, y) diz-se um *ponto d'inflexão.*

Como nos pontos d'inflexão deve mudar o signal de $X - x$ e de $Y - y$, as formulas (2) mostram que a funcção y'' deve

tambem mudar de signal, e temos portanto o theorema seguinte:

E' condição necessaria e sufficiente para que um ponto (x, y), *na visinhança do qual as derivadas* y' *e* y'' *são finitas, seja ponto d'inflexão, que* y'' *mude n'este ponto de signal.*

Funda-se n'este theorema a indagação dos pontos d'inflexão, como adiante veremos.

68. — *Asymptotas.* — Uma recta diz-se *asymptota* de um ramo infinito de curva se a distancia d'um ponto do ramo de curva á recta tende para o limite zero quando o ponto se affasta indefinidamente sobre a curva.

Para achar as asymptotas não parallelas ao eixo das ordenadas dos ramos de curvas planas basta determinar as constantes a e b que entram na equação

$$y = ax + b,$$

de modo que a differença entre as ordenadas Y e y da recta e da curva correspondentes á mesma abscissa tendam para zero quando x tende para o infinito. Para isso é necessario e basta que a equação do ramo de curva se possa reduzir á fórma

$$Y = ax + b + F(x, y),$$

representando por $F(x, y)$ uma funcção que tende para zero quando x tende para o infinito.

Temos pois, pondo $Y = zx$ e $Y = ax + u$:

$$\lim z = \lim \frac{Y}{x} = a + \lim \frac{b + F(x, y)}{x} = a$$

$$\lim u = \lim (Y - ax) = b - \lim F(x, y) = b;$$

e vê-se portanto que para determinar a, basta substituir Y por zx na equação proposta e procurar depois o limite para que tende z quando x tende para o infinito; e que para determinar b, basta substituir Y por $ax + u$ na equação proposta (ou z por $a + \frac{u}{x}$ na primeira transformada) e procurar depois o limite para que tende u quando x tende para o infinito.

A equação de qualquer asymptota parallela ao eixo das ordenadas é $x = \alpha$, onde α representa evidentemente o limite

para que tende a abscissa do ramo da curva considerado quando y tende para o infinito.

Exemplo.—Para determinar as asymptotas da hyperbole

$$\alpha^2 y^2 - \beta^2 x^2 = -\alpha^2 \beta^2$$

ponhamos $y = zx$, o que dá

$$\alpha^2 z^2 - \beta^2 = -\frac{\alpha^2 \beta^2}{x^2},$$

e portanto

$$\alpha^2 (lim\ z)^2 - \beta^2 = 0,$$

ou

$$a = lim\ z = \pm \frac{\beta}{\alpha}.$$

Pondo em seguida $y = \pm \frac{\beta}{\alpha} x + u$, e depois $x = \infty$, vem $b = lim\ u = 0$.

Logo as equações das asymptotas da hyperbole são

$$y = \pm \frac{\beta}{\alpha} x.$$

69. — *Curvatura.* — Chama-se *curvatura média d'um arco de curva* comprehendido entre os pontos (x, y) e $(x + h, y + k)$ a razão entre o angulo formado pelas tangentes ás extremidades do arco e o cumprimento do arco.

Chama-se *curvatura da curva no ponto* (x, y) o limite para que tende a razão precedente quando o arco tende para zero.

Seja $y = f(x)$ a equação da curva em coordenadas rectangulares, θ o angulo das tangentes ás extremidades do arco e l o cumprimento do arco; a curvatura no ponto (x, y) será igual a $lim \frac{\theta}{l}$, e vamos determinal-a em funcção das coordenadas do ponto.

Por serem $f'(x)$ e $f'(x + h)$ os coefficientes angulares

das tangentes, a applicação d'uma formula bem conhecida de Geometria Analytica dará

$$\operatorname{tang}\theta = \pm \frac{f'(x+h) - f'(x)}{1 + f'(x) \cdot f'(x+h)},$$

d'onde se deduz (n.º 49)

$$\frac{\operatorname{tang}\theta}{h} = \pm \frac{f''(x+\theta h)}{1 + f'(x) \cdot f'(x+h)}.$$

Por outra parte temos (n.º 62—II)

$$\lim \frac{h}{l} = \lim \frac{h}{ds} = (1 + y'^2)^{-\frac{1}{2}}, \lim \frac{\theta}{\operatorname{tang}\theta} = 1,$$

e

$$\lim \frac{\theta}{l} = \lim \frac{\theta}{\operatorname{tang}\theta} \cdot \lim \frac{\operatorname{tang}\theta}{h} \cdot \lim \frac{h}{l}.$$

Logo virá

$$\textit{curvatura} = \lim \frac{\theta}{l} = \pm \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}},$$

ou

$$\text{(3)} \qquad \textit{curvatura} = \frac{1}{R}, \; R = \pm \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}.$$

I — Applicando a formula precedente á circumferencia

$$x^2 + y^2 = r^2$$

vem $R = r$, e portanto a curvatura da circumferencia é constante e inversa do raio.

Vê-se pois que, se pelo ponto (x, y) fizermos passar uma circumferencia cujo centro esteja sobre a normal á curva n'este ponto do lado para onde a curva volta a concavidade e cujo raio seja igual a R, esta circumferencia terá em toda a sua ex-

tensão a mesma curvatura que a curva considerada tem no ponto (x, y). Ao circulo assim obtido dá-se o nome de *circulo de curvatura* no ponto (x, y), e ao raio R dá-se o nome de *raio de curvatura* no ponto (x, y). E' facil obter as coordenadas (x_1, y_1) do centro d'este circulo, que se chama *centro de curvatura.*

Com effeito, por ser R o raio d'este circulo, temos

$$(4) \qquad (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = R^2 = \frac{(1 + y'^2)^3}{y''^2};$$

e por estar o seu centro sobre a normal á curva no ponto (x, y), temos

$$(5) \qquad x_1 - x = - y' (y_1 - y).$$

Eliminando x_1 e y_1 entre estas equações obtêem-se as formulas

$$x_1 = x \mp y' \frac{1 + y'^2}{y''}, \; y_1 = y \pm \frac{1 + y'^2}{y''}$$

que dão as coordenadas não só do centro de curvatura, collocado do lado da convexidade, mas tambem as do centro do circulo tangente é igual collocado do lado da convexidade. Para distinguir quaes dos signaes das formulas precedentes correspondem ao centro da curvatura, basta comparal-as com as formulas (2) do n.º 66 que dão o ponto (X, Y) collocado do lado da concavidade. Vê-se assim que as coordenadas do centro de curvatura são dadas pelas formulas:

$$(6) \qquad x_1 = x - y' \frac{1 + y'^2}{y''}, \; y_1 = y + \frac{1 + y'^2}{y''}.$$

D'esta comparação conclue-se tambem, attendendo ao que se disse no 66 — II, que *o centro de curvatura é o limite para que tende a intersecção da tangente á curva no ponto considerado e no ponto infinitamente proximo, quando o segundo ponto tende para o primeiro.*

II — Se em logar da variavel independente x quizermos empregar outra variavel t ligada com x por uma relação dada, transformaremos as formulas (3) e (6) por meio das formulas (1) do n.º 64, e teremos

$$x_1 = x - \frac{y'(x'^2 + y'^2)}{y'x'' - x'y''}, \quad y_1 = y + \frac{x'(x'^2 + y'^2)}{y'x'' - x'y''}, \quad R = \frac{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y'x'' - x'y''},$$

onde x' e y' representam agora as derivadas de x e y relativamente a t. No exemplo do n.º 64 vem a expressão de R em coordenadas polares.

III — A cada ponto (x, y) da curva proposta corresponde um centro de curvatura. Quando o ponto (x, y) descreve a curva proposta, o centro de curvatura descreve uma curva cuja equação se acha eliminando x e y entre as equações (6) e a equação proposta. A esta curva dá-se o nome de *evoluta* da curva proposta (que se chama *evolvente*), e a respeito d'ella demonstraremos as duas proposições importantes seguintes:

1.ª — *A normal a uma curva dada no ponto* (x, y) *é tangente á sua evoluta no ponto* $(x_1\ y_1)$ *correspondente.*

Com effeito, differenciando as equações (6) considerando y, x_1 e y_1 como funcções de x, vem

$$dx_1 = dx - (1 + y'^2)\,dx - y'd\,\frac{1 + y'^2}{y''}$$

$$dy_1 = y'\,dx + d\,\frac{1 + y'^2}{y''}.$$

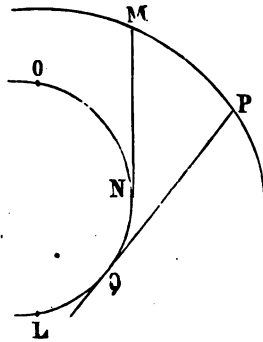
Multiplicando a segunda d'estas equações por y' e sommando com a primeira obtem-se a equação

$$(7) \qquad y'\frac{dy_1}{dx_1} + 1 = 0$$

que, por ser y' o coefficiente angular da tangente á curva proposta no ponto (x, y) e $\frac{dy_1}{dx_1}$ o coefficiente angular da tangente á evoluta no ponto (x_1, y_1) correspondente, mostra que estas duas linhas são perpendiculares.

2.ª — *A differença entre os raios da curvatura correspondentes a dois pontos de uma curva dada é igual ao cumprimento do arco da evoluta comprehendido entre os seus respectivos centros de curvatura, quando entre os dois pontos o raio de curvatura é sempre crescente.*

Seja MP o arco da curva considerada, NQ o arco correspondente da evoluta e O um ponto fixo a partir do qual se

contam os cumprimentos dos arcos da evoluta. Chamando s_1

o cumprimento do arco OQ teremos:

$$ds_1^2 = dx_1^2 + dy_1^2.$$

Differenciando a equação (4) considerando x como variavel independente e y, x_1 e y_1 como funcções de x, e attendendo á equação (5), vem

$$(x - x_1)\, dx_1 + (y - y_1)\, dy_1 = - RdR.$$

A equação (7) dá tambem, attendendo a (5),

$$(x - x_1)\, dy_1 - (y - y_1)\, dx_1 = 0.$$

Elevando ao quadrado os dois membros das equações precedentes e sommando, vem

$$dx_1^2 + dy_1^2 = dR^2.$$

Temos pois

$$ds_1 = \pm\, dR,$$

onde se deve empregar o signal + ou — segundo o raio R cresce ou diminue com s_1 no intervallo considerado.

No primeiro caso (o da figura) temos (n.º 49—III—2.º)

$$s_1 = R + C;$$

e do mesmo modo, chamando R_0 o raio MN e s_0 o cumprimento do arco ON,

$$s_0 = R_0 + C;$$

e portanto

$$s_1 - s_0 = R - R_0.$$

No segundo caso (o da figura quando se toma o ponto S para origem dos arcos) vem do mesmo modo

$$s_1 - s_0 = R_0 - R.$$

70. — *Exemplos* — **I** — Consideremos primeiro a parabola cuja equação é

$$y^2 = 2px.$$

1) A equação da tangente no ponto (x, y) é

$$Y - y = \frac{p}{y}(X - x).$$

2) As expressões da subtangente, da subnormal e da normal são

$$subt. = 2x,\ subn. = p,\ norm. = N = \sqrt{2px + p^2}.$$

3) As formulas (3) e (6) dão as expressões do raio de curvatura e das coordenadas do centro da curvatura:

$$R = \frac{(y^2 + p^2)^{\frac{3}{2}}}{p^2} = \frac{(2px + p^2)^{\frac{3}{2}}}{p^2} = \frac{N^3}{p^2},$$

$$x_1 = x + \frac{p^2 + y^2}{p} = 3x + p,$$

$$y_1 = y - \frac{(p^2 + y^2)\,y}{p^2} = -\frac{y^3}{p^2}.$$

4) Eleminando x e y entre as duas ultimas equações e a da parabola, vem a equação da evoluta:

$$y_1^2 = \frac{8}{27p}(x_1 - p)^3,$$

que representa uma parabola cubica.

II — Consideremos em segundo logar a ellipse

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2 .$$

Temos

$$y' = -\frac{b^2 x}{a^2 y}, \quad y'' = -\frac{b^4}{a^2 y^3}$$

e portanto:

1) A equação da tangente é

$$Y - y = -\frac{b^2 x}{a^2 y}(X - x) .$$

2) A expressão da normal definida é

$$N = \sqrt{\frac{a^4 y^2 + b^4 x^2}{a^4}} .$$

Do mesmo modo se acha a subtangente, subnormal, etc.

3) A expressão que dá o raio de curvatura é

$$R = \frac{\left(\dfrac{a^4 y^2 + b^4 x^2}{a^4}\right)^{\frac{3}{2}}}{\dfrac{b^4}{a^2}} = \frac{N^3}{p^2},$$

$2p$ representando o parametro.

As coordenadas do centro de curvatura são dadas pelas formulas:

$$x_1 = \frac{c^2 x^3}{a^4}, \quad y_1 = -\frac{c^2 y^3}{b^4},$$

pondo $c^2 = a^2 - b^2$.

4) A equação da evoluta acha-se eliminando x e y entre as ultimas equações e a da ellipse, o que dá

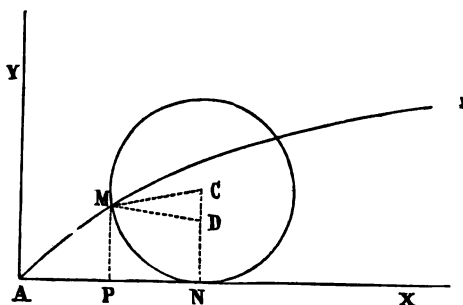
$$\left(\frac{by_1}{c^2}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{ax_1}{c^2}\right)^{\frac{2}{3}}=1 .$$

Como esta equação não se altera pela mudança de x_1 em $-x_1$ e de y_1 em $-y_1$, vê-se que a curva é composta de quatro ramos iguaes symetricos relativamente aos eixos coordenados. Basta portanto para conhecer a sua fórma discutir o ramo correspondente ás coordenadas positivas, para o que se deve attender á equação da curva e ás igualdades:

$$y'_1=-\left(\frac{a^2}{b^2}\frac{y_1}{x_1}\right)^{\frac{1}{3}},\ y_1''=-\frac{1}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{y_1}{x_1}\right)^{-\frac{2}{3}}\left(\frac{y_1'\,x_1-y_1}{x_1^2}\right).$$

1.º—A curva corta o eixo das abscissas positivas no ponto $\left(+\frac{c^2}{a},0\right)$ e n'este ponto é tangente a este eixo, visto que é $y_1'=0$.

2.º—Quando x_1 diminue, y_1 augmenta, e a curva affasta-se do eixo das abscissas conservando sempre a concavidade voltada no sentido das ordenadas positivas, visto que y_1'' é positivo.

3.º—A curva corta o eixo das ordenadas positivas no ponto $\left(0\ ,\frac{c^2}{a}\right)$ e n'este ponto é tangente a este eixo, visto que é $y_1'=\infty$.

III—Chama-se *cycloide* a curva gerada pelo ponto M

de uma circumferencia que róla sem escorregar sobre uma recta dada.

Seja M um ponto da curva, C a posição correspondente do centro do circulo gerador, r o raio d'este circulo, A o ponto de partida de M, que tomaremos para origem das coordenadas, AN a recta dada que tomaremos para eixo das abscissas, e MD uma parallela a esta recta.

Para achar a equação da curva exprimamos as coordenadas de um ponto qualquer M em funcção do angulo MCN que chamaremos t. Para isso notemos que é por definição

$$AN = MN = rt\,,$$

e portanto teremos

$$x = AN - PN = r\,(t - \operatorname{sen} t)$$
$$y = CN - CD = r\,(1 - \cos t).$$

Estas duas equações dariam pela eliminação de t a equação da curva, mas vamos discutil-a sem fazer esta eliminação.

1) A equação da normal

$$y'\,(Y - y) = -\,(X - x)$$

dá, tomando t para variavel independente,

$$\frac{dy}{dt}\,(Y - y) = -\,(X - x)\,\frac{dx}{dt}\,,$$

onde é

$$\frac{dx}{dt} = r\,(1 - \cos t) = y t,\ \frac{dy}{dt} = r \operatorname{sen} t\,.$$

Para achar a sua intersecção com o eixo das abscissas façamos $Y = 0$, o que dá

$$-\,ry \operatorname{sen} t = -\,(X - x)\,y$$

e portanto

$$X = x + r \operatorname{sen} t = AN.$$

Logo *a normal á cycloide n'um ponto dado passa pelo*

ponto onde o circulo gerador correspondente toca a recta sobre que gyra.

2) O valor da normal definida é dada pela formula

$$N^2 = y^2 + PN^2 = y^2 + (rt - x)^2$$

e vem portanto

$$N = r\sqrt{2(1 - \cos t)} = 2r \operatorname{sen} \frac{t}{2}.$$

3) As formulas do n.º 69 — II dão, tomando t para variavel independente, as expressões do raio de curvatura e do centro de curvatura. Para isso basta substituir n'essas formulas x', y', x'', y'' pelos valores seguintes:

$$x' = r(1 - \cos t),\ x'' = r \operatorname{sen} t$$

$$y' = r \operatorname{sen} t,\ y'' = r \cos t,$$

e teremos a expressão do raio de curvatura:

$$R = 2r\sqrt{2(1 - \cos t)} = 2N,$$

que mostra que *o raio de curvatura é igual ao dobro da normal*; e as coordenadas do centro de curvatura

$$x_1 = r(t + \operatorname{sen} t),\ y_1 = r(-1 + \cos t).$$

Estas equações dão, pela eliminação de t, a equação da evoluta da cycloide.

4) Como t é variavel, podemos n'estas equações mudar t em $t + \pi$ sem alterar a natureza da curva que ellas representam, e vem

$$x_1 = r(t + \pi - \operatorname{sen} t),\ y_1 = r(-1 - \cos t).$$

Mudando depois a origem das coordenadas para o ponto $(\pi, -2r)$, isto é, mudando x_1 em $x_1 + \pi r$ e y_1 em $y_1 - 2r$, vem as equações:

$$x_1 = r(t - \operatorname{sen} t),\ y_1 = r(1 - \cos t),$$

d'onde se conclue que *a evoluta da cycloide é outra cycloide igual á primeira, cujo vertice está no ponto* (πr, — 2r), *e cujo circulo gerador gyra sobre uma recta parallela áquella sobre que gyra o circulo gerador da cycloide proposta, e do mesmo lado.*

II

Curvas no espaço

71. — *Tangentes e normaes.* — Consideremos a curva representada pelas equações

$$(1) \qquad f(x, y, z) = 0, \quad F(x, y, z) = 0 .$$

I — *A tangente* a esta curva define-se, como no caso das curvas planas, como limite das posições da secante que passa pelo ponto (x, y, z) e pelo ponto infinitamente proximo $(x + h, y + k, z + l)$.

Como a secante é uma recta que passa pelos dous pontos (x, y, z) e $(x + h, y + k, z + l)$ as suas equações são (chamando X, Y, Z as suas coordenadas correntes)

$$Y - y = \frac{k}{h}(X - x)$$

$$Z - z = \frac{l}{h}(X - x);$$

e portanto as equações da tangente serão

$$(2) \qquad \begin{cases} Y - y = \dfrac{dy}{dx}(X - x) \\[2ex] Z - z = \dfrac{dz}{dx}(X - x) . \end{cases}$$

As derivadas $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{dz}{dx}$ devem ser tiradas das equações da curva.

II — Os cosenos dos angulos α, β, γ formados pela tangente á curva no ponto (x, y, z) com os eixos coordenados rectangulares são, em virtude d'umas formulas bem conhecidas de Geometria Analytica,

$$(3)\qquad \begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dx^2}} = \dfrac{dx}{ds} \\[2ex] \cos\beta = \dfrac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}} = \dfrac{dy}{ds} \\[2ex] \cos\gamma = \dfrac{dz}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}} = \dfrac{dz}{ds}. \end{cases}$$

III — Chama-se *plano normal á curva* no ponto (x, y, z) o plano que passa por este ponto perpendicularmente á tangente.

Applicando as formulas conhecidas de Geometria Analytica que dão a equação do plano perpendicular a uma recta dada, vem, suppondo as coordenadas rectangulares,

$$(4)\qquad X - x + \frac{dy}{dx}(Y - y) + \frac{dz}{dx}(Z - z) = 0$$

onde X, Y e Z representam as coordenadas correntes do plano.

Chama-se *normal á curva* no ponto (x, y, z) toda a recta que passa por este ponto e existe no plano normal.

IV — Chama-se *plano tangente á curva* no ponto (x, y, z) todo o plano que passa pela tangente á curva n'este ponto. Entre estes planos vamos especialmente considerar aquelle para que tende o plano que passa por esta tangente e por uma parallela á tangente á curva no ponto $(x + h, y + k, z + l)$ infinitamente proximo do ponto (x, y, z).

Por serem y e z funcções de x, podemos pôr

$$y = \varphi(x),\ z = \psi(x).$$

A equação geral do plano que passa pelo ponto (x, y, z) é

$$X - x = A(Y - y) + B(Z - z),$$

onde A e B são constantes arbitrarias. Vamos determinal-as pelas condições de o plano passar pela tangente

$$Y - y = \varphi'(x)(X - x)$$

$$Z - z = \psi'(x)(X - x),$$

e pela recta

$$Y - y = \varphi'(x + h)(X - x)$$

$$Z - z = \psi'(x + h)(X - x)$$

tirada pelo ponto (x, y, z) parallelamente á tangente no ponto $(x + h, y + k, z + l)$ infinitamente proximo do primeiro. Estas condições são:

$$A\varphi'(x) + B\psi'(x) = 1$$

$$A\varphi'(x + h) + B\psi'(x + h) = 1,$$

ou (n.º 49)

$$A\varphi'(x) + B\psi'(x) = 1$$

$$A\varphi''(x + \theta h) + B\psi''(x + \theta_1 h) = 0.$$

Tirando d'ellas os valores de A e B e substituindo-os na equação do plano, vem

$$\varphi''(x)(Z - z) = [\psi'(x)\varphi''(x + \theta h) - \varphi'(x)\psi''(x + \theta_1 h)](X - x)$$
$$+ \psi''(x + \theta_1 h)(Y - y).$$

Esta equação representa um numero infinito de planos tangentes á curva, e quando h tende para zero tende para a equação

$$(5)\quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi''(x)(Z - z) = [\psi'(x)\varphi''(x) - \varphi'(x)\psi''(x)](X - x) \\ \qquad + \psi''(x)(Y - y) \end{array} \right.$$

que representa o plano procurado. A este plano dá-se o nome de *plano osculador da curva* no ponto (x, y, z).

A' equação (5) póde dar-se uma fórma mais symetrica tomando para variavel independente uma nova variavel t ligada com x, y e z por uma equação dada. Chamando x', y' e z' as derivadas de x, y e z relativamente a t, as formulas do n.º 64 dão as relações

$$\varphi'(x) = \frac{y'}{x'}, \ \psi'(x) = \frac{z'}{x'}, \ \varphi''(x) = \frac{x' y'' - y' x''}{x'^3}, \text{ etc.}$$

que transformam a equação (5) na seguinte

$$(6) \quad (z' y'' - y' z'')(X - x) + (x' z'' - z' x'')(Y - y) + (y' x'' - x' y'')(Z - z) = 0.$$

72. — *Curvatura e torsão.* — Consideremos uma curva no espaço, e supponhamos que tomamos para variavel independente uma variavel t, de modo que as coordenadas da curva se exprimam em funcção d'esta variavel por meio das equações:

$$x = \varphi(t), \ y = \psi(t), \ z = \pi(t).$$

Se pelo ponto (x, y, z) fizermos passar uma recta n'uma direcção determinada, de modo que, chamando a, b e c os cosenos dos angulos formados por ella com os eixos coordenados, seja

$$a = f_1(t), \ b = f_2(t), \ c = f_3(t);$$

os cosenos a', b', c', dos angulos formados com os mesmos eixos pela recta correspondente que passa pelo ponto infinitamente proxima $(x + h, y + k, z + l)$ serão dados pelas formulas:

$$a' = f_1(t + dt) = f_1(t) + dt\, f'_1(t + \theta_1 dt)$$

$$b' = f_2(t) + dt\, f'_2(t + \theta_2 dt)$$

$$c' = f_3(t) + dt\, f'_3(t + \theta_3 dt)$$

onde θ_1, θ_2 e θ_3 são quantidades positivas menores do que a unidade.

Chamando θ o angulo formado pelas duas rectas temos

$$\cos\theta = aa' + bb' + cc',$$

d'onde se deduz

$$\text{sen}\,\theta = [(cb' - bc')^2 + (ac' - ca')^2 + (ba' - ab')^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Substituindo n'esta formula os valores de a', b', c' achados precedentemente, representando para brevidade $f_1(t)$, $f_2(t)$ e $f_3(t)$ por f_1, f_2 e f_3, e attendendo ao primeiro principio do n.º 42, vem

$$\lim\frac{\theta}{ds} = \lim\frac{\text{sen}\,\theta}{ds}$$

$$= \frac{[(f_3 f'_2 - f_2 f'_3)^2 + (f_1 f'_3 - f_3 f'_1)^2 + (f_2 f'_1 - f_1 f'_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{\frac{ds}{dt}}.$$

I — Supponhamos que as linhas dadas são as tangentes á curva nos pontos (x, y, z) e $(x + h, y + k, z + l)$, de modo que é (n.º 71 — II)

$$a = f_1(t) = \frac{x'}{s'},\ b = f_2(t) = \frac{y'}{s'},\ c = f_3(t) = \frac{z'}{s'},$$

representando por s', x', y', z', x'', y'', etc. as derivadas de s, x, y, z relativamente a t. Teremos

$$f'_1 = \frac{x'' s' - s'' x'}{s'^2},\ f'_2 = \frac{y'' s' - s' y'}{s'^2},\ f'_3 = \frac{z'' s' - s'' z'}{s'^2},$$

e (n.º 62)

$$s' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}.$$

Logo, chamando ω o angulo formado pelas duas tangentes infinitamente proximas virá,

$$\lim \frac{\omega}{ds} = \frac{[(z' y'' - y' z'')^2 + (x' z'' - z' x'')^2 + (y' x'' - x' y'')^2]^{\frac{1}{2}}}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Ao limite de $\frac{\omega}{ds}$ dado por esta formula dá-se o nome de *curvatura da curva no ponto* (x, y, z); a ω dá-se o nome de *angulo de contingencia*; e a *lim* $\frac{ds}{\omega}$ dá-se o nome de *raio de curvatura*. Esta formula contém evidentemente a formula dada no n.º 69 para as curvas planas.

II — Supponhamos agora que as linhas dadas são as perpendiculares ao plano osculador.

A equação d'este plano é (n.º 71 — IV)

$$A(X - x) + B(Y - y) + C(Z - z) = 0$$

onde

$$A = z' y'' - y' z'',\ B = x' z'' - z' x'',\ C = y' x'' - x' y'';$$

logo, em virtude de formulas bem conhecidas de Geometria Analytica, temos

$$a = f_1(t) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$b = f_2(t) = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$c = f_3(t) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Estas formulas dão

$$f_3 f'_2 - f_2 f'_3 = \frac{CB' - BC'}{A^2 + B^2 + C^2}$$

$$f_1 f'_3 - f_3 f'_1 = \frac{AC' - CA'}{A^2 + B^2 + C^2}$$

$$f_2 f'_1 - f_1 f'_2 = \frac{BA' - AB'}{A^2 + B^2 + C^2}.$$

Logo, chamando τ o angulo formado pelas perpendiculares aos planos osculadores infinitamente proximos, temos a formula

$$\lim \frac{\tau}{ds} = \frac{[(CB' - BC')^2 + (AC' - CA')^2 + (BA' - AB')^2]^{\frac{1}{2}}}{(A^2 + B^2 + C^2)\, s'}.$$

Pondo em logar de A, B, C e s' os seus valores e notando que é

$$CB' - BC' = Dx',\ AC' - CA' = Dy',\ BA' - AB' = Dz'$$

e

$$D = x'(z'' y''' - y'' z''') - x''(z' y''' - y' z''') + x'''(z' y'' - y' z''),$$

vem emfim

$$(8) \qquad \lim \frac{\tau}{ds} = \frac{D}{A^2 + B^2 + C^2}.$$

Ao limite de $\frac{\tau}{ds}$ dá-se o nome de *torsão da curva no ponto* (x, y, z); ao angulo τ dá-se o nome de angulo de torsão e ao $\lim \frac{ds}{\tau}$ dá-se o nome de *raio de torsão*.

Exemplo. — Consideremos a *helice*, gerada por um ponto que se move sobre a superficie d'um cylindro recto de base circular, de modo que a sua distancia á base seja proporcional ao cumprimento t do arco da base comprehendido entre um ponto fixo e o pé da generatriz do cylindro que passa pelo ponto gerador.

Tomando o centro da base para origem das coordenadas, o eixo do cylindro para o eixo dos z, e chamando ρ o raio da base, as equações da curva são:

$$x = \rho \cos t,\ y = \rho \operatorname{sen} t,\ z = at + b,$$

que dão

★

$$x' = -\rho \operatorname{sen} t,\ x'' = -\rho \cos t,\ x''' = \rho \operatorname{sen} t,$$

$$y' = \rho \cos t,\ y'' = -\rho \operatorname{sen} t,\ y''' = -\rho \cos t,$$

$$z' = a,\ z'' = 0,\ z''' = 0.$$

Logo temos as formulas

$$\lim \frac{\omega}{ds} = \frac{\rho}{\rho^2 + a^2}$$

$$\lim \frac{\tau}{ds} = \frac{a}{\rho^2 + a^2}$$

que dão a curvatura e a torsão da helice traçada na superficie do cylindro considerado.

III

Superficies

73. — *Plano tangente. Normal.* — **I** — Seja

$$z = f(x, y)$$

a equação da superficie dada, e pelo ponto (x, y, z) tracemos uma curva qualquer sobre a superficie, cujas equações são a equação proposta e a equação $F(x, y, z) = 0$. Em virtude do que se disse no n.º 71 — I acha-se as equações da tangente a esta curva eliminando $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{dz}{dx}$ entre as equações

$$Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x),\ Z - z = \frac{dz}{dx}(X - x)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx},\ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dx} = 0$$

o que leva a duas equações, umas das quaes é

$$(9) \qquad Z - z = \frac{\partial z}{\partial x}(X - x) + \frac{\partial z}{\partial y}(Y - y).$$

Esta equação pertence a um plano, e é independente da equação $F(x, y, z) = 0$; portanto *todas as tangentes ás curvas traçadas n'uma superficie, que passam pelo ponto* (x, y, z), *estão assentes sobre um plano*. A este plano dá-se o nome de *plano tangente á superficie* no ponto (x, y, z).

As derivadas $\frac{\partial z}{\partial z}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ obtêem-se derivando a equação da superficie proposta, que póde ser explicita ou implicita.

Nota 1.ª — Se fôr

$$a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

o plano tangente será parallelo á recta

$$x = az + \alpha, \; y = bz + \beta,$$

em virtude d'um theorema bem conhecido da Geometria Analytica.

Esta condição verifica-se em todos os pontos das superficies cylindricas (n.º 55).

2.ª — Se fôr

$$z - c = \frac{\partial z}{\partial x}(x - a) + \frac{\partial z}{\partial y}(y - b),$$

o plano tangente passará pelo ponto (a, b, c).

Esta condição verifica-se em todos os pontos das superficies conicas (n.º 55).

II — Os cosenos dos angulos α, β, γ que o plano tangente fórma com os planos coordenados xy, xz e yz são, em virtude de formulas bem conhecidas de Geometria Analytica:

$$\cos\alpha = K, \; \cos\beta = K\frac{\partial z}{\partial y}, \; \cos\gamma = K\frac{\partial z}{\partial x}$$

onde é

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}} .$$

III — Chama-se *normal á superficie* no ponto (x, y, z) a perpendicular n'este ponto ao plano tangente. As suas equações são, em virtude das condições de perpendicularidade de uma recta a um plano conhecidas da Geometria Analytica,

$$(10) \qquad X - x = \frac{\partial z}{\partial x}(Z - z),\ Y - y = \frac{\partial z}{\partial y}(Z - z) .$$

Nota. — A condição para que a normal é uma superficie corte o eixo dos z obtem-se eliminando X, Y, Z entre as equações da normal e as equações $X = 0$ e $Y = 0$ do eixo, o que dá

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0 .$$

Esta condição verifica-se em todos os pontos das superficies da revolução (n.º 55), cujo eixo coincide com o eixo dos z.

A mesma eliminação dá

$$Z = z - \frac{x}{\frac{\partial z}{\partial x}} ,$$

ou, por ser $z = \varphi(x^2 + y^2)$ a equação da superficie,

$$Z = z - \frac{1}{2\varphi'(x^2 + y^2)} ,$$

o que mostra que todas as normaes correspondentes aos pontos do mesmo parallelo encontram o eixo dos z no mesmo ponto.

Temos pois o theorema seguinte:

Todas as normaes a uma superficie de revolução nos pontos do mesmo parallelo encontram o eixo da superficie no mesmo ponto.

74. — *Curvatura das secções planas d'uma superficie*

— I — A curvatura da secção feita na superficie por um plano qualquer obtêm-se pela formula geral do n.° 72 — I. Aqui vamos procurar as relações que ha entre as secções feitas por planos que passam por um ponto dado da superficie, considerando primeiro as secções feitas por planos que passam pela normal á superficie no ponto dado, e em seguida as secções obliquas.

Seja

$$z = f(x, y)$$

a equação da superficie, e ponhamos para brevidade

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \; q = \frac{\partial z}{\partial y}, \; r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \; s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \, \partial y}, \; t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Para comparar a curvatura das secções feitas n'esta superficie por planos normaes que passam por um ponto dado, tomemos para eixo dos z a normal no ponto dado e para plano dos xy o plano tangente no mesmo ponto. N'este caso a equação do plano tangente será $Z = 0$, e portanto teremos (n.° 73)

$$p = 0, \, q = 0 .$$

Um plano qualquer que passe pela normal tem para equação $y = Ax$, onde A representa a tangente trigonometrica do angulo θ formado por elle com o plano dos xz; e portanto, tomando x para variavel independente e representando por y', z', y'', z'' as derivadas de y e z relativamente a x, tiradas d'esta equação e da equação da superficie, teremos

$$y' = A, \, y'' = 0, \, z' = p + Aq = 0,$$

$$z'' = 2 + z \, As + A^2 t.$$

Logo a expressão da curvatura c_n da secção normal será (n.° 72 — I)

$$(11) \qquad c_n = \frac{r + 2 \, As + A^2 t}{1 + A^2},$$

onde r, s e t são tiradas da equação da curva, e A depende da posição do plano normal considerado.

Derivando c_n relativamente a A, vem

$$c'_n = -\frac{2\,[s\,A^2 - (t-r)\,A - s]}{(1+A^2)^2},$$

ou

$$c'_n = -\frac{2s\,(A-m_1)\,(A-m_2)}{(1+A^2)^2},$$

pondo

$$m_1 = \frac{(t-r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4s^2}}{2s}$$

$$m_2 = \frac{(t-r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4s^2}}{2s}.$$

Vê-se pois que c'_n muda de signal quando A passa pelos valores m_1 e m_2, e portanto a curvatura c_n passa (n.° 49 — I) de crescente a decrescente ou de decrescente a crescente, isto é, passa por um *maximo* ou por um *minimo*.

De ser $m_1 \,.\, m_2 = -1$ conclue-se que *as duas secções de curvatura maxima ou minima são perpendiculares uma á outra.*

Tomando os planos d'estas duas secções para planos dos zx e dos zy, teremos de fazer na formula (11) $\theta = 0$ e $\theta = 90^0$, e portanto $A = 0$ e $A = \infty$, para obter as suas curvaturas, que designaremos por c_1 e c_2; o que dá $c_1 = r$ e $c_2 = t$. Vem pois

$$c_n = \frac{1}{1+A^2}\,c_1 + \frac{2A}{1+A^2}\,s + \frac{A^2}{1+A^2}\,c_2.$$

Por outra parte, as secções que correspondem aos valores negativos de θ coincidindo com as que correspondem ao mesmo valôr positivo, o valor de c_n não deve mudar quando se muda A em $-A$, e portanto deve ser $s = 0$. Logo teremos

$$c_n = \frac{1}{1+A^2}\,c_1 + \frac{A^2}{1+A^2}\,c_2$$

ou

$$c_n = c_1 \cos^2\theta + c_2 \operatorname{sen}^2\theta. \tag{12}$$

Temos pois o theorema seguinte devido a Euler:

Entre as secções feitas n'uma superficie por planos que passam por uma mesma normal ha duas de curvaturas maxima ou minima, perpendiculares entre si; e a curvatura d'aquellas está ligada com a curvatura d'estas por meio da relação (12).

A estas secções dá-se o nome de *secções principaes.*

D'este theorema deduzem-se os corollarios seguintes:

1.° — *Se uma secção cuja curvatura é* c'_n *fôr perpendicular á secção cuja curvatura é* c_n, *teremos*

$$c_n + c_n' = c_1 + c_2 .$$

Deduz-se este resultado sommando com a igualdade (12) a igualdade

$$c_n' = c_1 \operatorname{sen}^2 \theta + c_2 \cos^2 \theta .$$

2.° — *Se fôr* $c_1 = c_2$ *será a curvatura* c_n *constante, qualquer que seja o plano secante.* Aos pontos que estão n'este caso dá-se o nome de *pontos umbilicaes.*

II — Consideremos agora uma secção feita por um plano que passe pelo ponto (x, y, z) mas não contenha a normal á superficie n'este ponto.

Tomando para plano dos xy o plano tangente, para eixo dos xx a intersecção do plano considerado com o plano tangente, e para eixo dos zz a normal, a equação do plano considerado será

$$y = z \operatorname{tang} i = Bz,$$

chamando i o angulo formado por este plano com o plano normal zx. Teremos pois, em virtude d'esta equação e da equação da superficie, tomando x para variavel independente, e notando que p e q são nullos,

$$y' = Bz', \; y'' = Bz'', \; z' = p + qy' = 0, \; z'' = r + 2sy' + qy'',$$

ou

$$x' = 1, \; x'' = 0, \; y' = 0, \; y'' = Br, \; z'' = r.$$

Logo a curvatura c_0 da secção obliqua será (72 — I) dada pela formula:

$$r_0 = r(1 + B^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{r}{\cos i}.$$

Por outra parte a formula (11) dá, pondo $\theta = 0$ ou $A = 0$, o valor r para a curvatura da secção c_m feito na superficie pelo plano zx, logo teremos a formula seguinte, devida a Meusnier:

$$r_0 = \frac{c_m}{\cos i},$$

que liga a curvatura de qualquer secção obliqua com a da secção normal que passa pela mesma tangente.

IV

Curvas e superficies envolventes

75. — *Curvas envolventes* — **I** — Consideremos a familia de curvas cuja equação é

$$(1) \qquad f(x, y, a) = 0,$$

onde a representa um parametro arbitrario, e f representa uma funcção cuja derivada relativamente a a è finita e determinada.

Se dermos a a os valores a_0, $a_0 + h$, $a_0 + 2h$, etc. obtém-se uma série de curvas representadas pelas equações

$$(2) \qquad f(x, y, a_0) = 0,\ f(x, y, a_0 + h) = 0, \text{ etc.}$$

Duas d'estas equações consecutivas tomadas simultaneamente representam os pontos d'intersecção das curvas correspondentes. Estes pontos approximam-se indefinidamente á medida que h diminue, e tendem a formar uma curva, que se chama *envolvente* da curva dada (*envolvida*), cuja equação vamos achar.

Consideremos para isso duas curvas consecutivas da série (2), isto é, as curvas cujas equações são

$$(3) \qquad f(x, y, a) = 0, f(x, y, a+h) = 0.$$

A segunda d'estas equações dá (n.º 49—III)

$$f(x, y, a+h) = f(x, y, a) + h\frac{\partial f(x, y, a+\theta h)}{\partial a},$$

e portanto póde ser substituida pela equação

$$\frac{\partial f(x, y, a+\theta h)}{\partial a} = 0.$$

Esta equação simultaneamente com a primeira das equações (2) representa os pontos d'intersecção de duas curvas consecutivas da série (2), correspondentes ao valor que se dá a a, e pela eliminação de a dão uma equação a que todas estas intersecções devem satisfazer. Logo, no limite, as equações

$$(4) \qquad f(x, y, a) = 0, \frac{\partial f(x, y, a)}{\partial a} = 0$$

dão pela eliminação de a a equação da envolvente da curva proposta.

II — *Theorema.* — *A tangente á envolvente n'um ponto qualquer é tambem tangente n'este ponto á envolvida correspondente.*

Com effeito, derivando a primeira das equações (4) considerando a como funcção de x e y determinada pela segunda, vem a equação

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}y' + \frac{\partial f}{\partial a}\left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial y}y'\right) = 0,$$

que dá o coefficiente angular y' da tangente á envolvente. Mas, por ser $\frac{df}{da} = 0$, esta equação reduz-se á equação

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}y' = 0,$$

qne é a mesma que dá o coefficiente angular da tangente á envolvida. Logo as duas tangentes coincidem.

Exemplo. — Procuremos a envolvente das normaes á parabola cuja equação é

$$y^2 = 2px .$$

A equação da normal é

$$p(Y - y) + y\left(X - \frac{y^2}{2p}\right) = 0 .$$

Temos pois a procurar a envolvente das rectas representadas por esta equação, considerando X e Y como coordenadas correntes e y como parametro arbitrario.

Derivando esta equação e resolvendo a equação resultante relativamente a y^2 vem

$$y^2 = \frac{2p}{3}(X - p) .$$

Eliminando y entre esta equação e a anterior, vem a equação da envolvente pedida

$$Y^2 = \frac{8}{27p}(X - p)^3 ,$$

resultado que concorda com o que se disse no n.º 70.

76. — *Superficies envolventes.* — **I** — Do mesmo modo que no caso das curvas, chama-se *superficie envolvente* das superficies representadas pela eqnação

$$(1) \qquad f(x, y, z, a) = 0$$

o logar geometrico das intersecções successivas de cada uma das superficies representadas por esta equação com a que corresponde e um valor infinitamente proximo do parametro a. Ás superficies representadas pela equação (1) chama-se *envolvidas*, e ás intersecções das envolvidas successivas chama-se *caracteristicas*.

Acha-se a equação da superficie envolvente eliminando a

entre a equação (1) e a equação

$$(2) \qquad \frac{\partial f(x, y, z, a)}{\partial a} = 0 .$$

II — *Theorema.* — *O plano tangente á superficie envolvente n'um ponto qualquer é tambem tangente n'este ponto á superficie envolvida correspondente.*

Com effeito, derivando relativamente a x e y a primeira das equações (1) considerando a como funcção de x e y determinada pela equação (2), temos as equações

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial a}\left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial a}\left(\frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial a}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}\right) = 0 ,$$

que dão os coefficientes $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ da equação (n.º 73) do plano tangente á envolvente. Mas, por ser $\frac{\partial f}{\partial a} = 0$, estas equações reduzem-se ás equações

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0 ,$$

que são as mesmas que dão os coefficientes da equação do plano tangente á superficie envolvida. Logo os dois planos tangentes coincidem.

III — A' linha envolvente das caracteristicas dá-se o nome de *aresta de reversão*. Acha-se a sua equação procedendo como no caso das curvas planas. As equações d'uma caracteristica são

$$f(x, y, z, a) = 0, \quad \frac{\partial f(x, y, z, a)}{\partial a} = 0;$$

e as da seguinte são

$$f(x, y, z, a+h)=0, \quad \frac{\partial f(x, y, z, a+h)}{\partial a}=0,$$

e podem ser substituidas pelas equações

$$f(x, y, z, a)=0, \quad \frac{\partial f(x, y, z, a+\theta h)}{\partial a}=0,$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y, z, a+\theta h)}{\partial a^2}=0,$$

que no limite dão

$$(3) \qquad f(x, y, z, a)=0, \quad \frac{\partial f(x, y, z, a)}{\partial a}=0, \quad \frac{\partial^2 f(x, y, z, a)}{\partial a^2}=0.$$

Estas equações representam pois as intersecções de duas caracteristicas consecutivas e infinitamente proximas, e dão portanto pela eliminação de a as equações da aresta de reversão.

Theorema. — *A tangente á aresta de reversão n'um ponto qualquer é tambem tangente n'este ponto á caracteristica correspondente.*

Com effeito, derivando relativamente a x as duas primeiras equações (3) considerando a como funcção de x, y e z determinado pela terceira, vem as equações

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{dy}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dx}+\frac{\partial f}{\partial a}\left(\frac{\partial a}{\partial x}+\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{\partial a}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dx}\right)=0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial a\,\partial x}+\frac{\partial^2 f}{\partial a\,\partial y}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{\partial^2 f}{\partial a\,\partial z}\cdot\frac{dz}{dx}+$$

$$+\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\frac{\partial a}{\partial x}+\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dx}+\frac{\partial a}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dx}\right)=0$$

que dão os coefficientes $\frac{dy}{dx}$ e $\frac{dz}{dx}$ que entram nas equações da tangente á envolvente (n.º 71). Mas por ser $\frac{df}{da}=0$ e $\frac{d^2 f}{da^2}=0$,

estas equações reduzem-se a

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial a \, \partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial a \, \partial y} \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial a \, \partial z} \cdot \frac{dz}{dx} = 0,$$

que são as mesmas que dão os coefficientes das equações da tangente á caracteristica. Logo as duas tangentes coincidem.

IV — Se a equação da superficie envolvida

$$f(x, y, z, c_1, c_2, \ldots, c_n) = 0$$

contiver n parametros $c_1, c_2, \ldots, c_n$, podemos pôr

$$c_2 = \varphi_2(c_1), \; c_3 = \varphi_3(c_1), \; \ldots, \; c_n = \varphi_n(c_1),$$

representando por φ_2, φ_3, etc. funcções arbitrarias; e procurar depois, pelo processo anterior, a envolvente das superficies

$$f(x, y, z, \varphi_2(c_1), \ldots \varphi_n(c_1)) = 0 \, .$$

Chega-se assim a uma equação que contém tambem as funcções arbitrarias φ_2, φ_3, etc., e que representa porisso uma familia de superficies envolventes.

V — *Applicações.* — 1.ª — Consideremos, como primeira applicação, as superficies de revolução que se podem considerar como envolventes de uma esphera cujo centro se move sobre uma recta dada, e cujo raio varia de grandeza segundo uma lei dada.

Tomando a recta dada para eixo dos z, a equação da esphera é

$$x^2 + y^2 + (z - c)^2 = R^2,$$

e, pondo $c = \varphi(R)$,

$$x^2 + y^2 + (z - \varphi(R))^2 = R^2 \, .$$

Derivando, vem

$$-(z - \varphi(R)) \, \varphi'(R) = R \, .$$

Esta ultima equação mostra que R é funcção arbitraria de z, e a anterior mostra portanto que z é funcção arbitraria de $x^2 + y^2$. Logo a equação pedida é

$$z = \psi(x^2 + y^2),$$

onde ψ representar uma funcção arbitraria. Esta equação é a equação geral da familia das superficies de revolução, cujas especies se distinguem pelas differentes fórmas da funcção ψ.

2.ª — Chama-se *superficies planificaveis* as superficies envolventes das posições que toma um plano que se move segundo uma lei qualquer. Procuremos a equação geral d'esta familia de superficies.

1) Seja

$$z = Ax + \varphi(A)\, y + \psi(A)$$

a equação do plano gerador, onde φ e ψ representam funcções arbitrarias.

Para achar a equação geral das superficies planificaveis é necessario eliminar A entre esta equação e a sua derivada

$$x + \varphi'(A)\, y + \psi'(A) = 0.$$

Como porém esta eliminação se não póde effectuar sem especificar a fórma das funcções φ e ψ, considera-se estas duas equações simultaneas como representando a familia das superficies planificaveis, e effectua-se sómente a eliminação quando é dada a especie da superficie planificavel, isto é, quando são dadas as funcções φ e ψ.

2) Podemos achar facilmente a equação ás derivadas parciaes das superficies planificaveis. Com effeito, derivando a primeira das equações precedentes relativamente a x e a y e attendendo á segunda, temos as equações

$$\frac{\partial z}{\partial x} = A,\ \frac{\partial z}{\partial y} = \varphi'(A),$$

que dão

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \varphi'\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right).$$